Übungsblatt 4

Wachstum, Verteilung, Nachhaltigkeit WS 2026/27

Prof. Melanie Krause, Ph.D.

Dieses Übungsblatt wird am Dienstag, den 1. Dezember 2026, besprochen.

1. Es soll untersucht werden, wie sich die relativen Pro-Kopf-Einkommen der folgenden Länder im Vergleich zu den USA entwickeln. Gegeben seien empirische Daten zum relativen Pro-Kopf-Einkommen $\hat{y}_i = \frac{y_i}{y_{US}}$ im Jahr 2020 (das sich nicht notwendigerweise im Steady State befinden muss), das relative Technologie-Niveau $\hat{A}_i = \frac{A_i}{A_{US}}$ im Jahr 1990 sowie weitere über die Zeit als konstant angenommene Parameterwerte:

	s	u	n	$\hat{A}_{1990}$	$\hat{y}_{2020}$
USA	0.204	11.9	0.01	1	1
Kanada	0.246	11.4	0.012	0.972	0.781
Argentinien	0.144	8.5	0.014	0.517	0.351
Thailand	0.213	6.1	0.015	0.468	0.276
Kamerun	0.102	3.4	0.028	0.234	0.058

   Für alle Länder gelte außerdem: $g + \delta = 0.075$, $\alpha = \frac{1}{3}$ und $\psi = 0.1$.

   (a) Berechnen Sie für diese Länder basierend auf den Herleitungen in der Vorlesung die relativen Steady States des Pro-Kopf-Einkommens $\hat{y}^*$ zu den USA. Unterscheiden Sie dabei zwei Extremfälle: (i) Die relativen Technologie-Niveaus $\hat{A}_{1990}$ des Jahres 1990 bleiben bestehen. (ii) Die Technologie-Niveaus passen sich an, so dass $\hat{A}$=1 für alle Länder gilt.

   (b) Vergleichen Sie die in (a) berechneten Steady States mit den empirischen Werten der relativen Pro-Kopf-Einkommen im Jahr 2020 $\hat{y}_{2020}$. Welche Länder befinden sich im Jahr 2020 nah an ihrem Steady State und welche nicht? Wie beeinflusst das die weiteren zu erwartenden Wachstumsraten hin zum Steady State?

2. Betrachten Sie das Romer-Modell mit Technologieniveau A, Anzahl der Forscher L_A, positivem Skalierungsparameter θ und der Ideengenerierungsfunktion $\dot{A} = \theta L_A^{\lambda} A^{\phi}$.

   (a) Interpretieren Sie den Parameter λ. Bilden Sie die ersten beiden Ableitungen von $\dot{A}$ nach L_A und erklären Sie damit, weshalb $0 < \lambda \leq 1$ eine plausible Annahme ist.

(b) Leiten Sie einen Ausdruck für die konstante Rate des technologischen Fortschritts $g = \frac{\dot{A}}{A}$ auf dem ausgewogenen Wachstumspfad her. Nehmen Sie dabei $\frac{\dot{L}_A}{L_A} = n$ an. Führt $\phi < 0$ oder $0 \leq \phi < 1$ zu einem höheren g? Interpretieren Sie diese Parameterwerte für ϕ.

(c) Was würde mit Ihrer Herleitung aus (b) passieren, wenn $\phi = 1$ wäre? Was würde das bedeuten?

(d) Welchen Wert hat die Rate des technologischen Fortschritts aus (b), wenn $\phi = 0$ und $\lambda = 1$ ist? Interpretieren Sie dieses Ergebnis. Was bedeutet somit ein höheres Bevölkerungswachstum für das Wachstum des Pro-Kopf-Einkommens auf dem ausgewogenen Wachstumspfad? Zeigen Sie auch, dass bei den Auswirkungen eines höheren Bevölkerungswachstums auf das *Niveau* des Pro-Kopf-Einkommens auf dem ausgewogenen Wachstumspfad zwei verschiedene Effekte zusammenkommen. (Benutzen Sie dafür den Ausdruck für das Pro-Kopf-Einkommen aus der Vorlesung und drücken Sie A_t als $A_0 \cdot e^{g \cdot t}$ aus.)

3. Nehmen Sie an, Technologie A könne als Produkt der Technologie im engeren Sinne T und der Effizienz E ihrer Nutzung geschrieben werden:

$$A = T \cdot E \tag{1}$$

Ein Land X hat ein halb so hohes Technologieniveau A wie die USA. Das Land X liegt aktuell hinsichtlich T um 20 Jahre hinter dem Niveau der USA, so dass $T_X = T_{USA} \cdot e^{-20 \cdot g}$ mit $g = 0.01$ (da T in den USA in der Zeit um 1% pro Jahr gestiegen ist). Was ist dann das Effizienzniveau E im Land X relativ zur USA?

4. Effizienz im weiteren Sinne: Institutionelle, geographische und kulturelle Rahmenbedingungen

(a) Erklären Sie die Kausalkette hinter der Argumentation von Acemoglu et al. (2001), durch die die historische Siedler-Sterblichkeit zu Kolonialzeiten als erklärende Variable für heutige Unterschiede im Pro-Kopf-Einkommen zwischen den Ländern fungiert.

(b) Der geographische Breitengrad eines Landes ist positiv mit seinem Pro-Kopf-Einkommen korreliert. Grenzen Sie die 'Geography/Endowment Hypothese' von der 'Institutions Hypothese' voneinander ab, um diesen Sachverhalt zu erklären.

5. Kreuzen Sie für jede der folgenden Aussagen zum Block 'Wirtschaftswachstum' an, ob sie richtig oder falsch ist.

		Richtig	Falsch
(a)	Im einfachen Solow-Modell ohne Bevölkerungswachstum und technologischem Fortschritt kann es Wirtschaftswachstum nur durch Kapitalakkumulation geben.		
(b)	Die Produktionsfunktion im Solow-Modell muss konvex sein, damit ein Steady State als Schnittpunkt zwischen Produktionsfunktion und Abschreibungsgeraden existiert.		
(c)	Verringert ein Land seine Abschreibungsrate, wird das Pro-Kopf-Einkommen übergangsweise mit einer höheren Rate als der des technologischen Fortschritts wachsen.		
(d)	Im erweiterten Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum und technologischen Fortschritt gibt es einen Steady State mit konstantem Output pro effektivem Arbeiter.		
(e)	Empirische Ergebnisse zeigen, dass der überwiegende Teil der Pro-Kopf-Einkommensunterschiede der Länder weltweit durch Unterschiede in der Sparquote erklärt werden kann.		
(f)	Verringert sich die Varianz der Pro-Kopf-Einkommen im weltweiten Datensatz, spricht man von Beta-Konvergenz.		
(g)	Nutzt ein Land seine Technologie effizienter, wird es langfristig ein höheres Niveau des Pro-Kopf-Einkommens auf dem ausgewogenen Wachstumspfad haben.		
(h)	Der Human Development Index (HDI) der Vereinten Nationen wird als geometrisches Mittel aus Bildungsstand, Lebenserwartung und Lebenszufriedenheit der Bevölkerung berechnet.		

6. Betrachten Sie zwei Extremfälle von Einkommensverteilungen: In Land A und B leben jeweils 100 Individuen. In Land A haben alle Individuen das gleiche Einkommen $\bar{\mu}$. In Land B haben 99 Individuen ein Einkommen von 0 und ein Individuum ein Einkommen der hohen Summe X.

   (a) Berechnen Sie Mittelwert, Median und Modalwert der Einkommen der beiden Länder.

   (b) Zeichnen Sie Pen's Parade, die Lorenz-Kurve und die empirische kumulative Verteilungsfunktion des Einkommens der beiden Länder. (Nehmen Sie für $\bar{\mu}$ und X Werte Ihrer Wahl an.)