Besprechung von Übungsblatt 3

Wachstum, Verteilung, Nachhaltigkeit

Prof. Melanie Krause, Ph.D.

WS 2026/27

Aufgabe 1

Die Produktionsfunktion eines Landes sei durch $Y_t = K_t^{0.6}(A_t L_t)^{0.4}$ gegeben. Im Jahr 2025 beobachten wir folgende Werte:

$$K_t = 10000; \quad L_t = 100; \quad Y_t = 10000 \tag{1}$$

Außerdem sei bekannt, dass der Gesamtoutput Y_t von 2025 bis 2026 um 2.5% gewachsen ist, der Kapitalstock K_t um 1% und die (Erwerbs-)Bevölkerung L_t ebenfalls um 1%. Was war die Rate des technologischen Fortschritts zwischen 2025 und 2026? Was ist das Technologieniveau A_t im Jahr 2026?

Aufgabe 1

Wir brauchen die Wachstumsraten. Also: Produktionsfunktion $Y_t = K_t^{0.6}(A_t L_t)^{0.4}$ logarithmieren und ableiten!

$$ln(Y_t) = 0.6 \cdot ln(K_t) + 0.4 \cdot ln(A_t) + 0.4 \cdot ln(L_t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial ln(Y_t)}{\partial t} = 0.6 \cdot \frac{\partial ln(K_t)}{\partial t} + 0.4 \cdot \frac{\partial ln(A_t)}{\partial t} + 0.4 \cdot \frac{\partial ln(L_t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = 0.6 \cdot \frac{\dot{K}_t}{K_t} + 0.4 \cdot \frac{\dot{A}_t}{A_t} + 0.4 \cdot \frac{\dot{L}_t}{L_t} \quad (4)$$

Aufgabe 1

Um $\frac{\dot{A}_t}{A_t}$ zu bestimmen, setzen wir

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = 2.5\%, \quad \frac{\dot{K}_t}{K_t} = 1\%, \quad \text{und} \quad \frac{\dot{L}_t}{L_t} = 1\% \tag{5}$$

in

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = 0.6 \cdot \frac{\dot{K}_t}{K_t} + 0.4 \cdot \frac{\dot{A}_t}{A_t} + 0.4 \cdot \frac{\dot{L}_t}{L_t} \tag{6}$$

ein:

$$2.5\% = 0.6 \cdot 1\% + 0.4 \cdot \frac{\dot{A}_t}{A_t} + 0.4 \cdot 1\% \tag{7}$$

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \frac{1.5\%}{0.4} = 3.75\% \tag{8}$$

Die Rate des technologischen Fortschritts betrug zwischen 2025 und 2026 3.75%.

Aufgabe 1

Um das Technologieniveau A im Jahr 2026 zu berechnen, brauchen wir erst einmal A_{2025}:

$$Y_t = K_t^{0.6}(A_t L_t)^{0.4} \quad \Longleftrightarrow \quad A_t = \left(\frac{Y_t}{K_t^{0.6} \cdot L_t^{0.4}} \right)^{\frac{1}{0.4}} \tag{9}$$

Mit

$$K_{2025} = 10000; \quad L_{2025} = 100; \quad Y_{2025} = 10000 \tag{10}$$

erhalten wir

$$A_{2025} = \left(\frac{10000}{10000^{0.6} \cdot 100^{0.4}} \right)^{\frac{1}{0.4}} = 100. \tag{11}$$

Wir kennen bereits $\frac{\dot{A}_t}{A_t} = g = 3.75\%$. Somit ergibt sich

$$A_{2026} = A_{2025} \cdot e^{gt} = 100 \cdot e^{0.0375 \cdot 1} = 103.82 \tag{12}$$

Im Jahr 2026 beträgt das Technologieniveau 103.82.

Aufgabe 2

Nehmen Sie an, dass das Pro-Kopf-Einkommen in einem Land im Jahr 2025 den Wert 15000 USD hatte. Die Sparrate betrug 20%, die Bevölkerungswachstumsrate 2%, die Abschreibungsrate des Kapitalstocks 3%, die Rate des technologischen Fortschritts 3% und die Cobb-Douglas Produktionsfunktion war

$$Y_t = K_t^{\alpha} \cdot (A_t \cdot L_t)^{1-\alpha} \tag{13}$$

mit $\alpha = 0.35$. Das Kapital pro effektivem Arbeiter $\tilde{k} = \frac{K}{A \cdot L}$ folgt der Veränderungsgleichung $\dot{\tilde{k}} = s(\tilde{k})^{\alpha} - (n + g + \delta)\tilde{k}$. Das Land befindet sich auf dem ausgewogenen Wachstumspfad.

- (a) Was ist gemäß des Solow-Modells der Steady State des Kapitals pro effektivem Arbeiter und des Einkommens pro effektivem Arbeiter? Wie hoch war das Technologieniveau des Landes im Jahr 2025?

Aufgabe 2

- (b) Angenommen, das Land bliebe auf dem ausgewogenen Wachstumspfad, was ist dann das Steady State Niveau des Kapitals pro effektivem Arbeiter im Jahr 2026? Was ist das Pro-Kopf-Einkommen im Jahr 2026? Um wieviel sind das Pro-Kopf-Einkommen und das Gesamteinkommen zwischen 2025 und 2026 gestiegen?
- (c) Welche Auswirkungen hätte eine Erhöhung der Bevölkerungswachstumsrate kurz- und langfristig auf den ausgewogenen Wachstumspfad des Pro-Kopf-Einkommens?

Aufgabe 2

- (a) Wenn sich das Land auf dem ausgewogenen Wachstumspfad befindet, ist das Kapital pro effektivem Arbeiter im Steady State.
- Im Steady State gilt:

$$\dot{\tilde{k}} = s \cdot \tilde{k}_t^{\alpha} - (\delta + n + g) \cdot \tilde{k}_t = 0 \tag{14}$$

Somit

$$s \cdot (\tilde{k}^*)^{\alpha} = (\delta + n + g) \cdot \tilde{k}^* \tag{15}$$

$$(\tilde{k}^*)^{1-\alpha} = \frac{s}{\delta + n + g} \tag{16}$$

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{0.2}{0.03 + 0.02 + 0.03}\right)^{\frac{1}{1-0.35}} \tag{17}$$

$$\tilde{k}^* = \underline{\underline{4.09}} \quad \text{und} \quad \tilde{y}^* = (\tilde{k}^*)^{\alpha} = 4.09^{0.35} = \underline{\underline{1.64}} \tag{18}$$

Aufgabe 2

Um das Technologieniveau zu berechnen, benutzen wir

$$\frac{Y_{2025}}{L_{2025}} = A_{2025} \cdot \frac{Y_{2025}}{A_{2025} \cdot L_{2025}} = A_{2025} \cdot \tilde{y}^*, \tag{19}$$

wodurch sich folgendes für A_{2025} ergibt:

$$A_{2025} = \frac{y_{2025}}{\tilde{y}^*} = \frac{15000}{1.64} = 9146.34. \tag{20}$$

Aufgabe 2

(b)

- Was ist das Steady State Niveau des Kapitals pro effektivem Arbeiter im Jahr 2026?
  Das gleiche wie im Jahr 2025, denn wir haben einen Steady State in Einheiten pro effektivem Arbeiter!

$$\tilde{k}_{2026} = \tilde{k}^* = \quad 4.09 \tag{21}$$

- Das Pro-Kopf-Einkommen wächst entlang des ausgewogenen Wachstumspfades mit der Rate g des technologischen Fortschritts, denn

$$y = \frac{Y}{L} = A \cdot \frac{Y}{A \cdot L} = A \cdot \tilde{y}^* \tag{22}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \underbrace{\frac{\dot{\tilde{y}}^*}{\tilde{y}^*}}_{=0} = g \tag{23}$$

Aufgabe 2

- Somit gilt:

$$y_{2026} = y_{2025} \cdot e^{gt} = 15000 \cdot e^{0.03 \cdot 1} = 15456.82 \tag{24}$$

- Das Gesamteinkommen Y wächst entlang des ausgewogenen Wachstumspfades mit der Rate g des technologischen Fortschritts plus der Rate n des Bevölkerungswachstums, denn

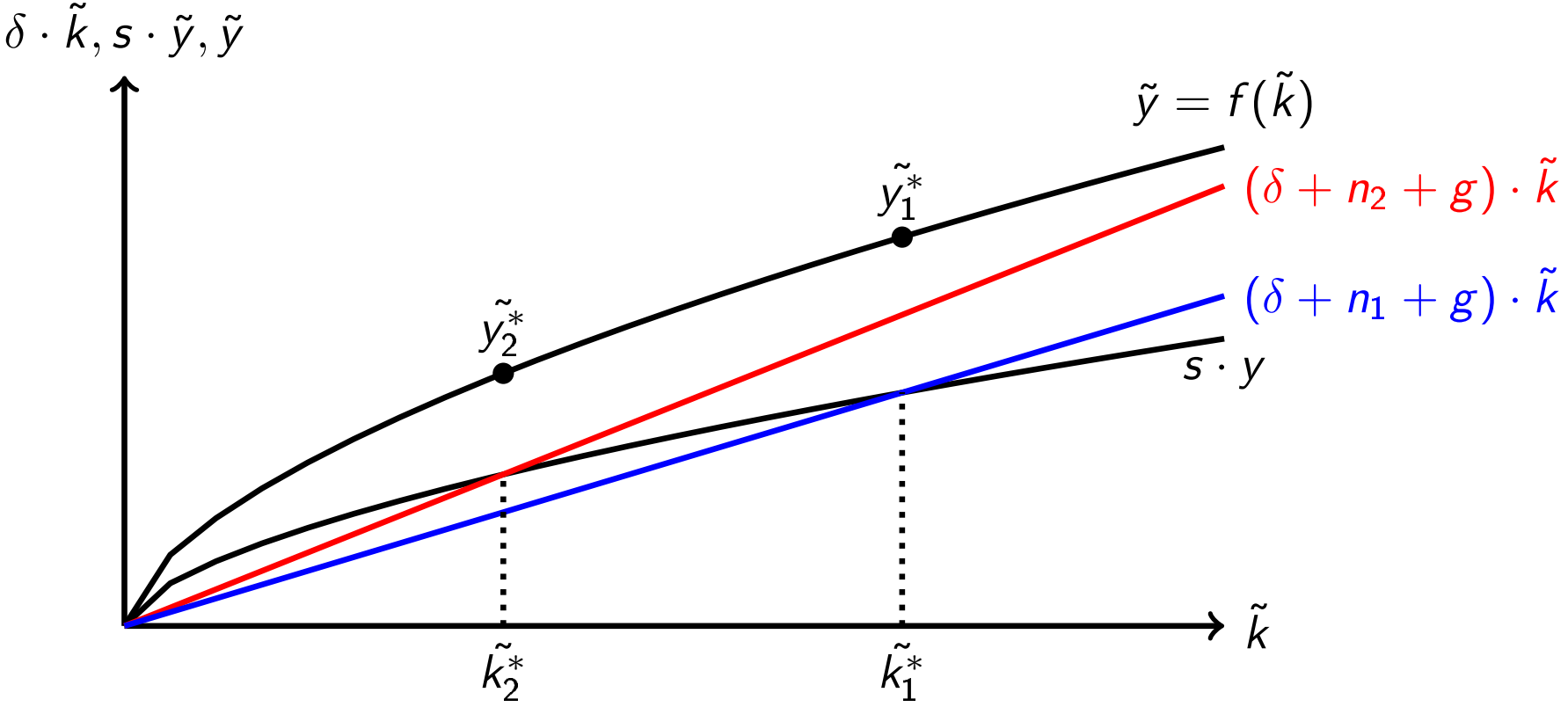
$$Y = A \cdot L \cdot \frac{Y}{A \cdot L} = A \cdot L \cdot \tilde{y}^* \tag{25}$$

$$\Longrightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} + \underbrace{\frac{\dot{\tilde{y}}^*}{\tilde{y}^*}}_{=0} = g + n \tag{26}$$

- Somit ist das Pro-Kopf-Einkommen von 2025 bis 2026 um 3% gewachsen und das Gesamteinkommen um 3%+2%=5%.

Aufgabe 2

(c) Erhöhung der Bevölkerungswachstumsrate von n_1 auf n_2 ist mit einem niedrigeren Steady State von $\tilde{k}$ und $\tilde{y}$ verbunden.
Solow-Diagramm mit Einheiten pro effektivem Arbeiter:

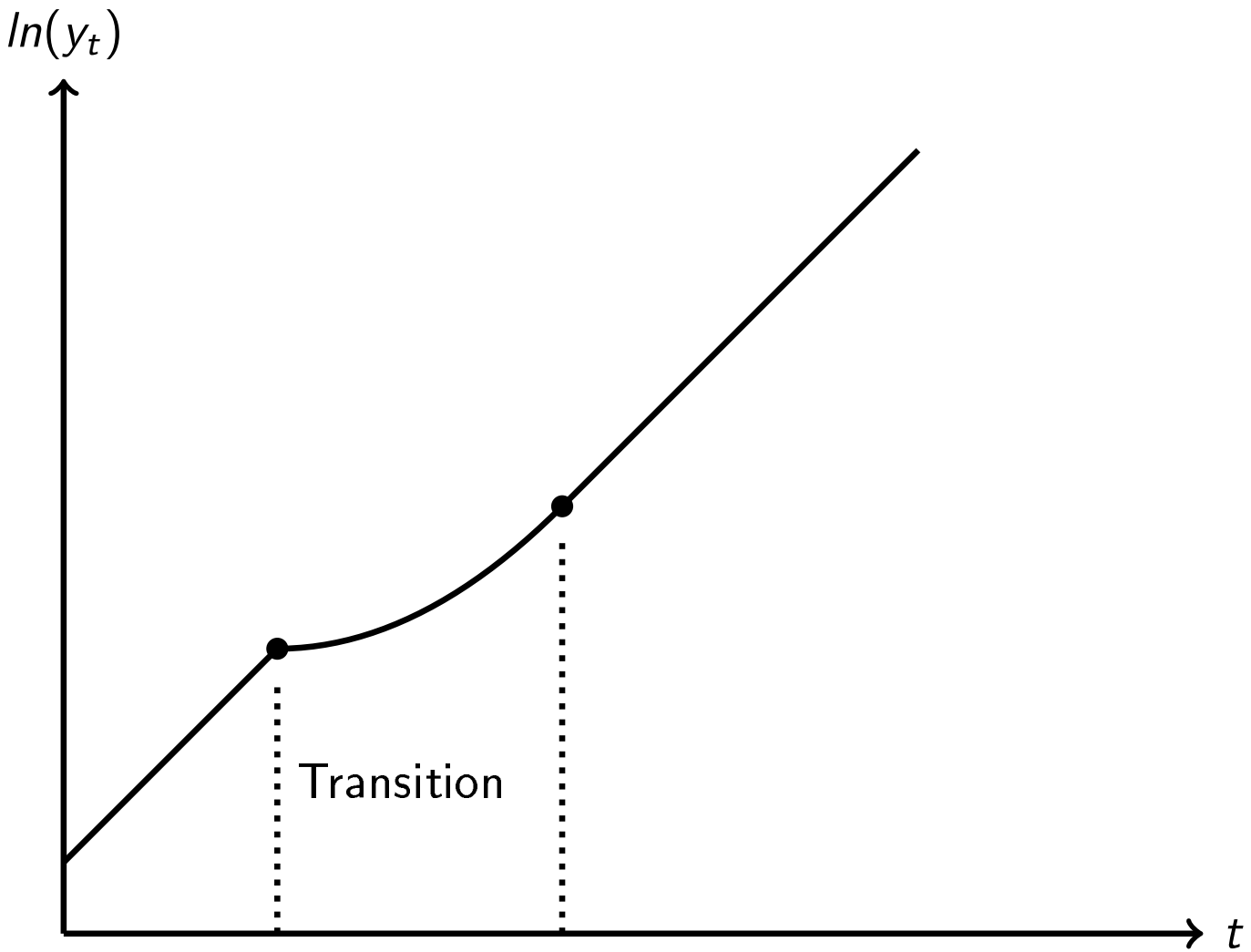


Aufgabe 2

Wie wirkt sich die Erhöhung der Bevölkerungswachstumsrate kurz- und langfristig auf y aus?

- Vorher: Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad:
  $y_t = A_t \cdot \tilde{y^*} = A_t \cdot \left(\frac{s}{\delta + n_1 + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}}$ wächst mit der Rate $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = g$
- $n_1 \rightarrow n_2$: Durch die Erhöhung des Bevölkerungswachstums sinkt der Kapitalstock pro Kopf. Übergangsphase bis zum Erreichen des neuen Steady State: $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} < g$, da $\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} < 0$
- Nach Erreichen des neuen Steady State: Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad mit niedrigerem Niveau:
  $y_t = A_t \cdot \left(\frac{s}{\delta + n_2 + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} < A_t \cdot \left(\frac{s}{\delta + n_1 + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}}$ wächst mit der Rate
  $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = g$

Aufgabe 2



Aufgabe 3

Im folgenden betrachten wir das erweiterte Solow-Modell mit Humankapital nach dem Mincer-Ansatz. Die Produktionsfunktion lautet $Y = K^{\alpha}(AH)^{1-\alpha}$ mit $H = e^{\psi \cdot u}L$.

- (a) Erklären Sie, wie der Parameter ψ interpretiert wird. In welchem Bereich sollte ψ, basierend auf empirischen Ergebnissen, ungefähr liegen?
- (b) Definieren Sie Variablen in Einheiten pro effektivem, gelernten Arbeiter, z.B. $\tilde{k} = \frac{K}{AhL}$. Leiten Sie damit die Wachstumsrate von $\tilde{k}$ her. Leiten Sie anschließend die Bewegungsgleichung von $\tilde{k}$ her, indem Sie $\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta$, $\frac{\dot{A}}{A} = g$, $\frac{\dot{h}}{h} = 0$ und $\frac{\dot{L}}{L} = n$ benutzen.

Aufgabe 3

- (c) Was ist der Steady State von $\tilde{k}$? Leiten Sie darauf basierend einen Ausdruck für den Pro-Kopf-Output y^* auf dem ausgewogenen Wachstumspfad her. Um wieviel steigt y^* wenn die Anzahl der Bildungseinheiten (Schuljahre) u steigt?
- (d) Gehen Sie davon aus, dass sich die Wirtschaft auf dem ausgewogenen Wachstumspfad befindet. Nehmen Sie folgende Werte an: $s = 0.3$, $\delta = 0.03$, $n = 0.01$, $g = 0.02$, $\alpha = 0.5$, $u = 10$, $A_0 = 5$. Welchen Wert hat der Pro-Kopf-Output im Jahr $t = 10$, wenn (i) $\psi = 0$, (ii) $\psi = 0.1$ und (iii) $\psi = 0.2$. Erklären Sie die Unterschiede.

Aufgabe 3

(a)

- In der Gleichung

$$H = e^{\psi \cdot u} L \tag{27}$$

  ist das Humankapital H eine Funktion der Anzahl der ungelernten Arbeitskräfte L, der Bildungseinheiten (Schuljahre) u und des Bildungsertrags-Parameters ψ.

- ψ gibt an um wieviel das Humankapital durch eine zusätzliche Einheit u wächst $\Longrightarrow$ Returns to Education

- Basierend auf empirischen Ergebnissen der (Arbeitsmarkt-)Literatur wird ψ oft mit ca. 10% angesetzt: Ein weiteres Jahr Schulbildung erhöht das Humankapital (und den damit verbundenen Lohn) um 10%.

Aufgabe 3

(b)

- Variablen in Einheiten pro effektivem, gelernten Arbeiter:

$$\tilde{k} = \frac{K}{AhL} \tag{28}$$

- Die Wachstumsrate von $\tilde{k}$ ergibt sich durch Logarithmieren und Ableiten nach der Zeit:

$$ln(\tilde{k}) = ln(K) - [ln(A) + ln(h) + ln(L)] \tag{29}$$

$$\frac{\partial ln(\tilde{k})}{\partial t} = \frac{\partial ln(K)}{\partial t} - \frac{\partial ln(A)}{\partial t} - \frac{\partial ln(h)}{\partial t} - \frac{\partial ln(L)}{\partial t} \tag{30}$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{h}}{h} - \frac{\dot{L}}{L} \tag{31}$$

Aufgabe 3

Herleitung der Bewegungsgleichung von $\tilde{k}$ aus (31) unter Verwendung von $\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta$, $\frac{\dot{A}}{A} = g$, $\frac{\dot{h}}{h} = 0$ und $\frac{\dot{L}}{L} = n$:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{Y}{K} - \delta - g - 0 - n \tag{32}$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\frac{Y}{AhL}}{\frac{K}{AhL}} - (\delta + g + n) \tag{33}$$

$$\dot{\tilde{k}} = s \cdot \tilde{y} - (\delta + g + n) \cdot \tilde{k} \tag{34}$$

$$\dot{\tilde{k}} = s \cdot (\tilde{k})^{\alpha} - (\delta + g + n) \cdot \tilde{k} \tag{35}$$

wobei in der letzten Zeile $\tilde{y} = \frac{Y}{AhL} = \frac{K^{\alpha}(AH)^{\mathbf{1}-\alpha}}{AhL} = \left(\frac{K}{AhL}\right)^{\alpha}\left(\frac{AhL}{AhL}\right)^{1-\alpha} = (\tilde{k})^{\alpha}$ verwendet wurde.

Aufgabe 3

(c) Steady State des Kapitals pro effektivem, gelernten Arbeiter $\tilde{k} = \frac{K}{AhL}$

$$\dot{\tilde{k}} = s \cdot (\tilde{k})^{\alpha} - (\delta + n + g) \cdot \tilde{k} = 0 \tag{36}$$

$$s \cdot (\tilde{k}^*)^{\alpha} = (\delta + n + g) \cdot \tilde{k}^* \tag{37}$$

$$(\tilde{k}^*)^{1-\alpha} = \frac{s}{\delta + n + g} \tag{38}$$

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{39}$$

Somit ergibt sich für den Steady State des Outputs pro effektivem, gelernten Arbeiter $\tilde{y}$:

$$\tilde{y}^* = (\tilde{k}^*)^{\alpha} = \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{40}$$

Aufgabe 3

Damit können wir nun einen Ausdruck für den Pro-Kopf-Output y auf dem ausgewogenen Wachstumspfad angeben

$$y^* = \frac{Y}{L} = Ah \cdot \frac{Y}{AhL} = Ah \cdot \tilde{y}^* \tag{41}$$

$$= Ah \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{42}$$

$$= Ae^{\psi \cdot u} \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{43}$$

Um wieviel steigt y^* wenn die Anzahl der Bildungseinheiten (Schuljahre) u steigt?

$$\frac{\partial y^*}{\partial u} = A \cdot \psi \cdot e^{\psi \cdot u} \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \psi \cdot y^* > 0 \tag{44}$$

Der neue ausgewogene Wachstumspfad befindet sich durch die gestiegene Anzahl der Schuljahre auf einem höheren Niveau, er wird um $\psi \cdot y^*$ nach oben verschoben.

Aufgabe 3

- (d) Wert des Pro-Kopf-Outputs auf dem ausgewogenen Wachstumspfad im Jahr $t = 10$ mit folgenden Parameterwerten: $s = 0.3$, $\delta = 0.03$, $n = 0.01$, $g = 0.02$, $\alpha = 0.5$, $u = 10$, $A_0 = 5$ sowie verschiedenen ψ-Werten.
- Einsetzen der Werte sowie des Technologieprozesses $A_t = A_0 \cdot e^{g \cdot t}$ in (43) ergibt

$$y_{10}^* = A_{10} \cdot e^{\psi \cdot u} \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{45}$$

$$= A_0 \cdot e^{g \cdot 10} \cdot e^{\psi \cdot u} \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{46}$$

$$= 5 \cdot e^{0.02 \cdot 10} \cdot e^{\psi \cdot 10} \left(\frac{0.3}{0.03 + 0.01 + 0.02} \right)^{\frac{0.5}{1-0.5}} \tag{47}$$

$$= 30.54 \cdot e^{\psi \cdot 10} \tag{48}$$

Aufgabe 3

Für die verschiedenen Bildungserträge (i) $\psi = 0$, (ii) $\psi = 0.1$ und (iii) $\psi = 0.2$ ergibt sich somit:

i. $\psi = 0 \Longrightarrow y_{10}^* = 30.54 \cdot e^{0 \cdot 10} = 30.54$
ii. $\psi = 0.1 \Longrightarrow y_{10}^* = 30.54 \cdot e^{0.1 \cdot 10} = 83.02$
iii. $\psi = 0.2 \Longrightarrow y_{10}^* = 30.54 \cdot e^{0.2 \cdot 10} = 225.66$

- Im ersten Fall bringt Bildung keine Erträge; somit gilt $H = e^{0 \cdot u} L = L$. Das Humankapital entspricht dem einer ungelernten Arbeitskraft.
- Im zweiten und dritten Fall sehen wir, dass positive 'Returns to Education' das Pro-Kopf-Einkommen auf dem ausgewogenen Wachstumspfad erheblich steigern können.
- Je höher ψ, desto höher dieser Effekt: ψ ist im Fall (iii) nur doppelt so hoch wie im Fall (ii), y^* aber fast drei Mal so hoch.
- Nicht zu vergessen: Trotz dieser unterschiedlichen Niveaus des Pro-Kopf-Einkommens auf dem ausgewogenen Wachstumspfad wächst dieses überall mit der gleichen Rate g.

Aufgabe 4

Betrachten Sie das Modell von Mankiw, Romer und Weil, in dem sowohl ungelernte Arbeit L als auch Humankapital H in der Produktionsfunktion vorkommen:

$$Y = K^{\alpha} H^{\beta} (AL)^{1-\alpha-\beta} \tag{49}$$

mit $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$ sowie $0 \leq \alpha + \beta \leq 1$. Es gibt eine Kapitalakkumulationsgleichung für physisches Kapital und eine für Humankapital:

$$\dot{K} = s_k \cdot Y - \delta_k \cdot K \tag{50}$$

$$\dot{H} = s_h \cdot Y - \delta_h \cdot H, \tag{51}$$

wobei s_k und s_h die Anteile des Outputs sind, die jeweils in physisches und Humankapital investiert werden, δ_k und δ_h die Anteile, die abgeschrieben werden. Nehmen Sie weiterhin an, dass die Bevölkerung mit der Rate n wächst und die Technologie mit der Rate g.

Aufgabe 4

a. Wie unterscheiden sich die Annahmen zur Humankapitalakkumulation in diesem Modell vom Solow-Modell mit Humankapital nach dem Mincer-Ansatz? Vergleichen Sie auch den Ausdruck für den Pro-Kopf-Output y^*

$$y^* = A \cdot \tilde{y}^* = A \cdot \left[\left(\frac{s_k}{\delta + g + n} \right)^{\alpha} \left(\frac{s_h}{\delta + g + n} \right)^{\beta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \tag{52}$$

mit dem entsprechenden Ausdruck aus dem Solow-Modell mit Humankapital nach dem Mincer-Ansatz (aus der Vorlesung sowie Aufgabe 3).

b. Zeigen Sie, dass die Grenzerträge des Humankapitals pro effektivem Arbeiter $\tilde{h}$ im Mankiw-Romer-Weil-Modell abnehmend sind. Gilt das auch für das Solow-Modell mit Humankapital nach dem Mincer-Ansatz?

Aufgabe 4

(a) Vergleich der Kapitalakkumulation in den beiden Modellen

- Im Mankiw-Romer-Weil Modell wird Humankapital wie physisches Kapital betrachtet. Deswegen gibt es zwei Kapitalakkumulationsgleichungen:
  - Physisches Kapital wird wie gewohnt als Anteil s_k des Outputs Y investiert; jede Periode wird ein Teil δ_k des physisches Kapitals abgeschrieben.
  - Humankapital wird nun ebenfalls als Anteil s_h des Outputs Y investiert (Idee: Ausgaben für Bildung, Konsumverzicht); jede Periode wird ein Teil δ_h des Humankapitals wieder abgeschrieben ('vergessen').
- Im Mincer-Modell wird Humankapital über die Zeit in Form von Bildungsperioden (Schuljahren) akkumuliert: $H = e^{\psi \cdot u} L$
  - Aus ungelernter Arbeitskraft L entsteht durch Schulbildungsjahre das Humankapital. Es wird nicht über Investitionen des Outputs modelliert, außerdem keine Abschreibung. Aber explizite Modellierung der Länge der Bildungsperioden durch u und ihre Returns to Education durch ψ.

Aufgabe 4

Vergleich von y^* im Mankiw-Romer-Weil-Modell und im Solow-Modell mit Humankapital nach Mincer:

$$y^*_{MRW} = A \cdot \left[\left(\frac{s_k}{\delta_k + g + n} \right)^{\alpha} \left(\frac{s_h}{\delta + g + n} \right)^{\beta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \tag{53}$$

$$y^*_{Min} = A e^{\psi \cdot u} \left(\frac{s}{\delta_h + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{54}$$

- Die beiden Ausdrücke sind identisch, wenn es kein Humankapital, sondern nur ungelernte Arbeit gibt: $\beta = 0$ in $\tilde{y}^*_{MRW}$ entspricht $u = 0$ in $\tilde{y}^*_{Min}$.
- Wenn $\beta > 0$, zeigt sich das Humankapital in einem zusätzlichen Ausdruck, der den Investitions-/Abschreibungsgesetzen unterworfen ist.

Aufgabe 4

(b) Grenzerträge des Humankapitals pro effektivem Arbeiter $\tilde{h}$ im Mankiw-Romer-Weil-Modell

- Wir leiten die Produktionsfunktion pro effektivem Arbeiter $\tilde{y} = (\tilde{k})^{\alpha}(\tilde{h})^{\beta}$ zweimal nach $\tilde{h}$ ab:

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{h}} = \beta \cdot (\tilde{k})^{\alpha}(\tilde{h})^{\beta-1} > 0 \tag{55}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial \tilde{h}^2} = \beta \cdot (\beta - 1) \cdot (\tilde{k})^{\alpha}(\tilde{h})^{\beta-2} < 0 \tag{56}$$

- Die negative zweite Ableitung zeigt die abnehmenden Grenzerträge des Humankapitals
- Das ist im Mincer-Modell anders: Dort werden die Erträge des Humankapitals durch ψ parametrisiert und mit der Anzahl der Schuljahre multipliziert. Wenn ψ konstant ist, nehmen die Bildungserträge nicht mit der Anzahl der Schuljahre u ab. Was ist realistischer?