Wachstum, Verteilung, Nachhaltigkeit

Block I: Wirtschaftswachstum

Prof. Melanie Krause, Ph.D.

Wintersemester 26/27

Überblick über Block I

- Warum sind manche Länder so viel reicher als andere und wie können Volkswirtschaften langfristig wachsen?
  - Das BIP pro Kopf und alternative Wohlfahrtsmaße
  - Berechnung von Wachstumsraten
  - Das einfache Solow-Wachstumsmodell
  - Das Solow-Wachstumsmodell mit Bevölkerungswachstum und technologischem Fortschritt
  - Die Erweiterung um Humankapital
  - Das Romer-Modell zur Ideengenerierung
  - Konvergenz: Holen ärmere Länder gegenüber reicheren Ländern auf?
  - Effizienz und die Bedeutung von geographischen und institutionellen Rahmenbedingungen

Literatur für Block I

- Empfehlenswerte Bücher zum Thema Wirtschaftswachstum
  - Jones & Vollrath (2024), "Introduction to Economic Growth", Vierte Ausgabe bzw. die Vorgängerausgabe Jones & Vollrath (2013), "Introduction to Economic Growth", Dritte Ausgabe
  - Ashrad & Weil (2025), "Economic Growth", Vierte Ausgabe (International Edition) bzw. die Vorgängerausgabe Weil (2012), "Economic Growth", Dritte Ausgabe (International Edition)
- Auch Standardbücher der Makroökonomie behandeln das Thema Wirtschaftswachstum, z.B.
  - Burda & Wyplosz (2018), "Makroökonomie - Eine Europäische Perspektive", Vierte Ausgabe
- Am Ende dieses Foliensatzes finden sich außerdem die Referenzen der erwähnten Forschungspapiere.

Das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf

- In der Wachstumsliteratur wird als Messgröße das **Bruttoinlandsprodukt pro Kopf** verwendet, auch **Pro-Kopf-Einkommen** oder **Pro-Kopf-Output** genannt.
- Defintion des Bruttoinlandsproduktes (BIP), englisch Gross Domestic Product (GDP):
  - Das BIP misst den Wert aller Waren und Dienstleistungen, die in einem Land in einem bestimmten Zeitraum (meist 1 Jahr) produziert werden.
- In der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung ergibt sich das BIP als Summe von Konsum, Investitionen, Staatsausgaben und Netto-Exporten. Die Gesamtproduktion entspricht den gesamten Einnahmen, die wiederum den gesamten Ausgaben entspricht.
- Die systematische Erfassung des BIP gewann in und nach dem 2. Weltkrieg an Bedeutung (Rüstungsindustrie, Versorgung, Zustand der Wirtschaft).
- Eine positive Veränderung des BIP von Jahr zu Jahr wird klassischerweise als Wirtschaftswachstum definiert. Ein Anstieg im BIP pro Kopf wird als Wohlstandssteigerung interpretiert.

Vorteile und Nachteile des Pro-Kopf-BIP

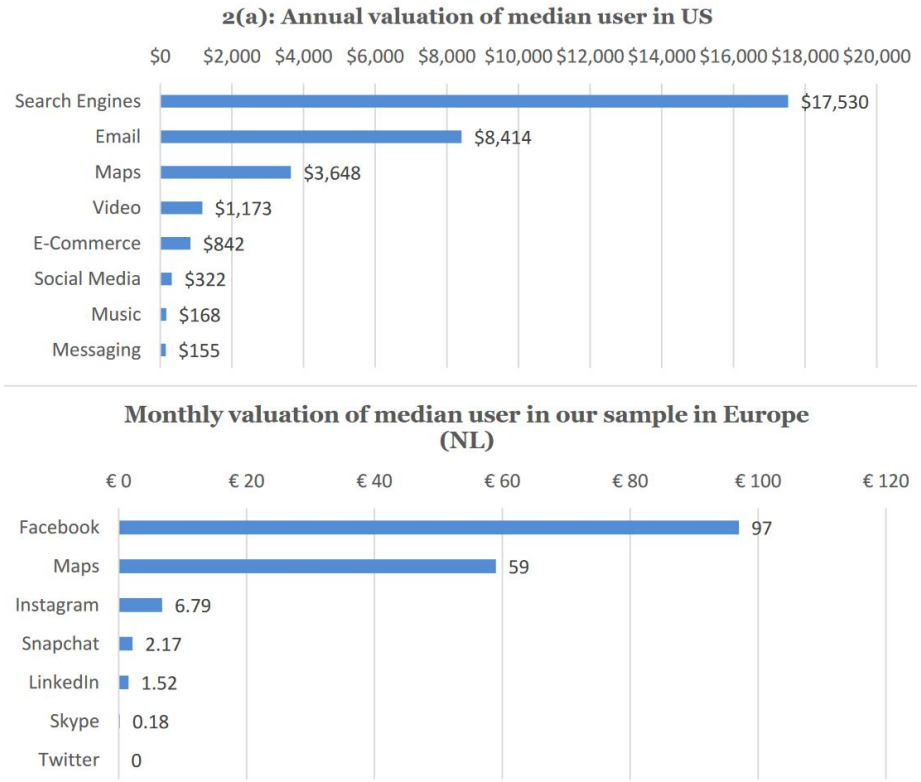
- Vorteile
  - Verhältnismäßig leicht zu berechnen
  - Daten sind für sämtliche Länder der Welt seit vielen Jahrzehnten verfügbar
  - Kein alternatives Maß hat sich bisher durchgesetzt
- Nachteile
  - Vernachlässigung von Heim-/Hausarbeit
  - Keine Einbeziehung des informellen Sektor und von Schwarzmarktaktivitäten
  - Wiederaufbau nach Zerstörungen wie Naturkatastrophen berücksichtigt nicht den vorherigen Verlust
  - Unzulängliche Berücksichtigung der modernen digitalen Wirtschaftsstruktur
  - Keine Berücksichtigung der Einkommensverteilung ($\Rightarrow$ Block II)
  - Keine Berücksichtigung der negativen Externalitäten der Produktion (Umweltzerstörung, fehlende Nachhaltigkeit) ($\Rightarrow$ Block III)

Das BIP und die Digitale Wirtschaft

- Was ist der 'Wert der produzierten Waren und Dienstleistungen'?
  - Einfach auszurechnen bei einer Schuhfabrik: Produzierte **Menge** mal **Preis** minus Zwischenprodukte
- Wie sieht das bei einem digitalen Unternehmen wie Google aus, das viele seiner Produkte (Suchmaschine, Email, Maps) **kostenlos** zur Verfügung stellt?
- Wie ist es mit technischen Innovationen? Ein produziertes Smartphone geht ins BIP ein, aber seine Funktionen wären früher einzelne teure Produkte gewesen: Kamera, GPS, Telefon, Computer, Spielekonsole, Walkman...
- Brynjolfsson et al. (2019) argumentieren, dass das BIP auf die digitale Wirtschaft besser angepasst werden sollte, da es kostenlose digitale Produkte sowie technische Innovationen vernachlässigt.
  - Idee: Nicht die Preise/Kosten der Produkte sollten einfließen, sondern ihr **Nutzen** für die Konsumenten. Brynjolfsson et al. (2019) nennen ihr angepasstes Maß **GDP-B**, wobei B für 'Benefits' steht.

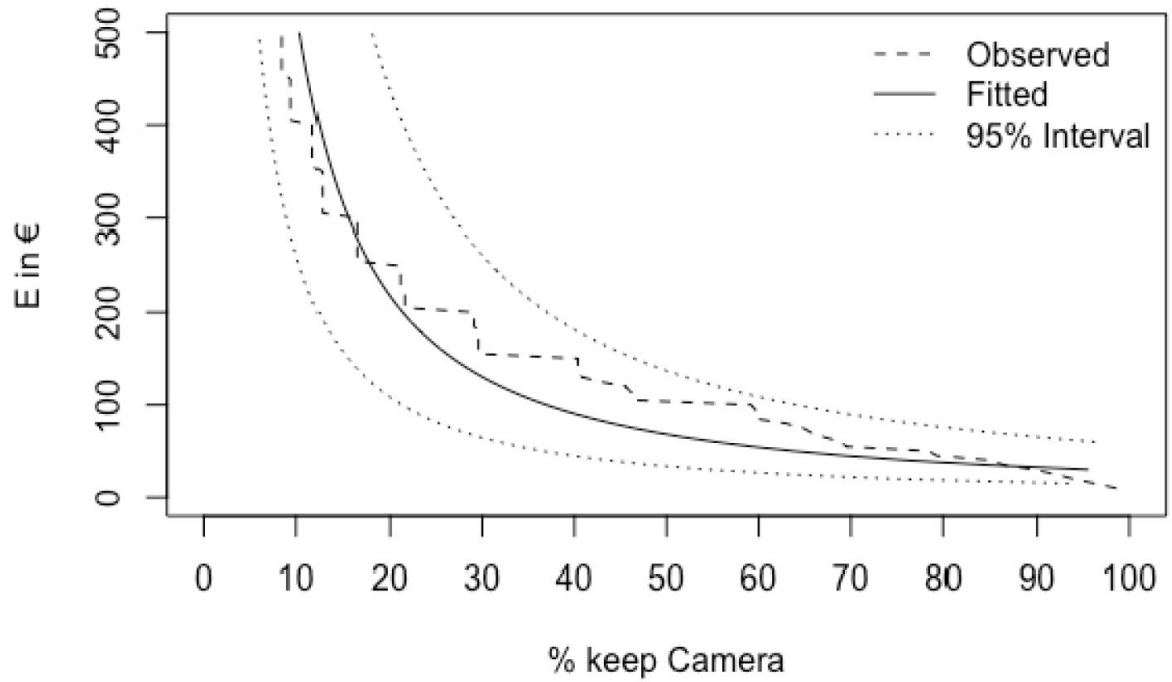
Das BIP und die Digitale Wirtschaft

- Ergebnisse von Brynjolfsson et al. (2019), wieviel kostenlose Produkte oder die einzelnen Komponenten eines Smartphones den Menschen wert sind: Mit wieviel Geld müsste man sie entschädigen, um z.B. 1 Monat auf Facebook oder auf die Kamerafunktion des Smartphones zu verzichten?



Das BIP und die Digitale Wirtschaft

Figure 4: Demand function for the smartphone camera



- Brynjolfsson et al. (2019) folgern, dass allein die Berücksichtigung des Nutzen der kostenlosen Dienste von Facebook zu einem um 0,1 Prozentpunkte höheren Wirtschaftswachstum in den letzten Jahren geführt hätte. $\Longrightarrow$ Was alles ins BIP einfließt, beeinflusst die Wachstumsanalyse und unsere Interpretation der Ergebnisse

Kritik am BIP: Rede von Robert F. Kennedy 1968

"Our Gross National Product [...] counts air pollution and cigarette advertising, and ambulances to clear our highways of carnage. It counts special locks for our doors and the jails for the people who break them. It counts the destruction of the redwood and the loss of our natural wonder in chaotic sprawl. It counts napalm and counts nuclear warheads and armored cars for the police to fight the riots in our cities. [...]
Yet the gross national product does not allow for the health of our children, the quality of their education or the joy of their play. It does not include the beauty of our poetry or the strength of our marriages, the intelligence of our public debate or the integrity of our public officials. It measures neither our wit nor our courage, neither our wisdom nor our learning, neither our compassion nor our devotion to our country, it measures everything in short, except that which makes life worthwhile."

- Aber welche Alternativen zum BIP können den Wohlstand gut quantifizieren?

Human Development Index (HDI)

- Der Human Development Index (HDI) der Vereinten Nationen wird oft für Wohlstandsvergleiche zwischen Ländern verwendet: Außer dem **Pro-Kopf-BIP** beinhaltet er die **Lebenserwartung** sowie die **Bildung** eines Landes. Der HDI ist das geometrische Mittel aus drei einzelnen Indizes und liegt zwischen 0 und 1:

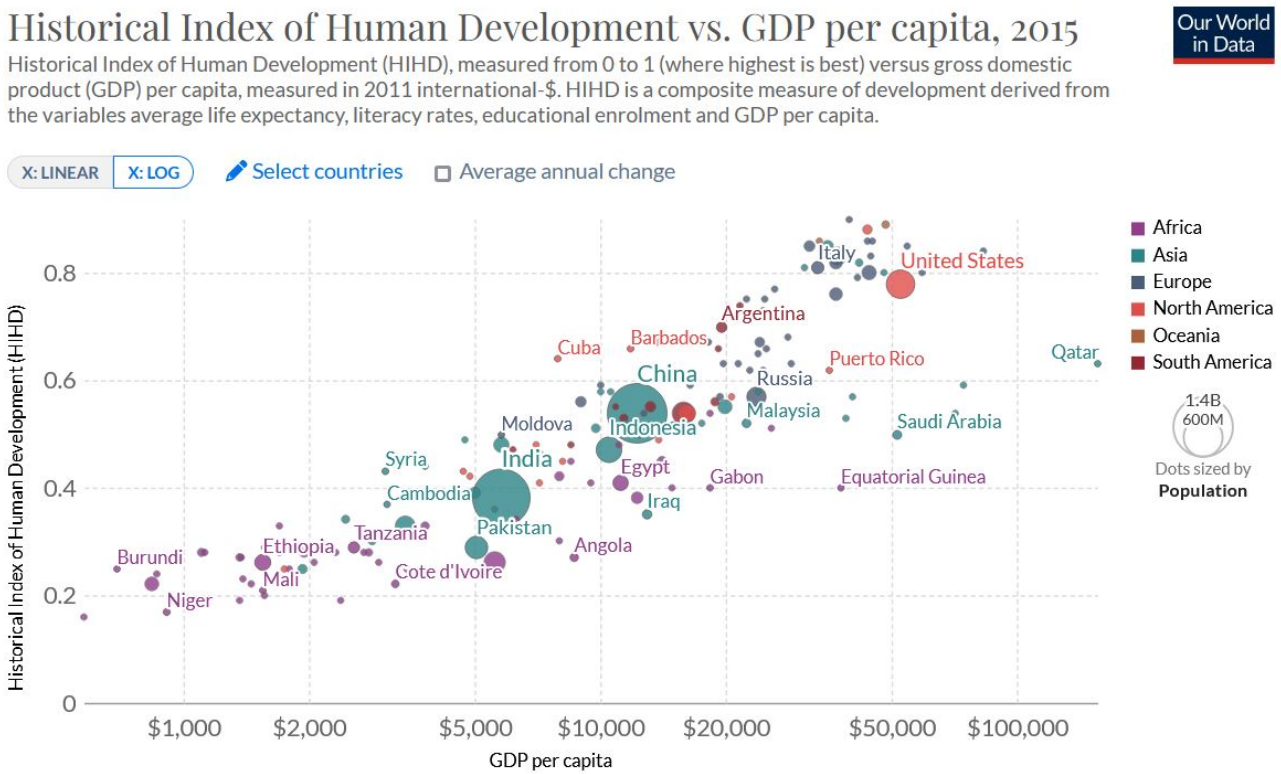
$$HDI = (I_{\text{Life}} \cdot I_{\text{Education}} \cdot I_{\text{Income}})^{1/3},$$

wobei

$$\begin{aligned} I_{Life} &= \frac{\text{Life Expectancy} - 20}{85 - 20} \\ I_{Income} &= \frac{ln(\text{GDP per capita}) - ln(100)}{ln(70,000) - ln(100)} \\ I_{Education} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{MeanSchooling}{15} + \frac{ExpectedSchooling}{18} \right) \end{aligned}$$

Human Development Index (HDI)

- Die 5 Länder mit dem höchsten HDI 2019: Norwegen (0.957), Schweiz (0.955), Irland (0.955), Hongkong (0.949), Island (0.949)
- Die 5 Länder mit dem niedrigsten HDI 2019: Burundi (0.433), Südsudan (0.433), Tschad (0.398), Zentralafrikanische Republik (0.397), Niger (0.394)
- Starke Korrelation der drei Bestandteile des HDI, auch wenn Länder mit gleichem Pro-Kopf-BIP variierende HDIs haben



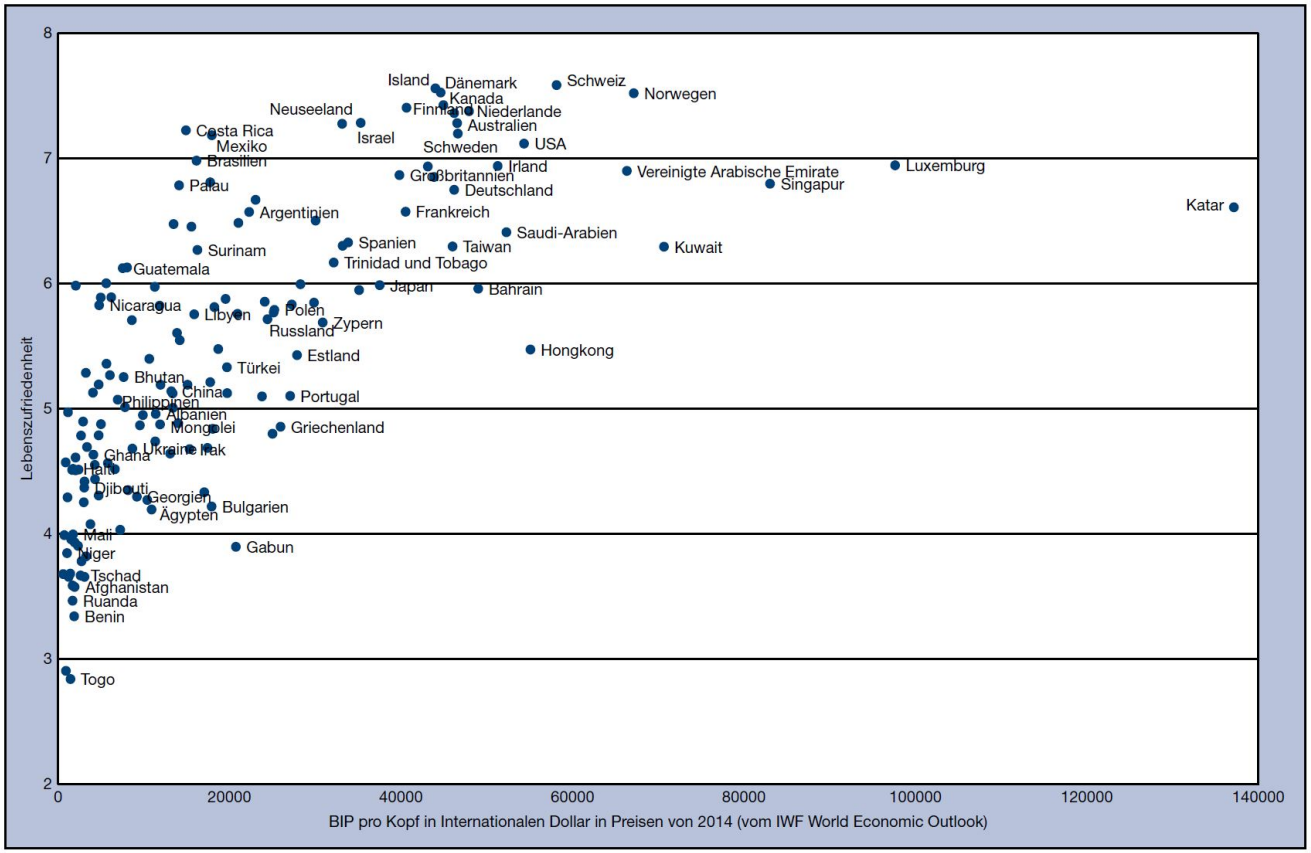
Happiness: Warum nicht einfach die Lebenszufriedenheit maximieren?

Bhutans Ausrichtung auf "Gross National Happiness": Alle politischen und wirtschaftspolitischen Entscheidungen müssen darauf geprüft werden, wie sie die Lebenszufriedenheit der Menschen ('Happiness') beeinflussen. Warum in anderen Ländern nicht auch?

- Messprobleme
  - Subjektivität
  - Kulturelle Komponente, Schwierigkeit der Vergleichbarkeit
- Fragliche Implikationen
  - Arme Menschen ohne Zugang zu Bildung, die sich als glücklich bezeichnen?
  - Frage der persönlichen Entwicklungsmöglichkeiten und Chancen
  - Kurzfristige Freuden oder langfristige Zufriedenheit?
  - Lenkungsrolle des Staates: Paternalismus vs. persönliche Freiheit

BIP pro Kopf und Lebenszufriedenheit

Burda und Wyplosz (2018) zeigen, wie das BIP pro Kopf mit Umfragen zur Lebenszufriedenheit korreliert ('Satisfaction with Life Index', geschaffen im Jahr 2007 von Adrian G. White, einem Sozialpsychologen an der University of Leicester, mit Daten aus einer Meta-Studie)



Fazit zum Maß des BIP pro Kopf

- Die Unzulänglichkeiten des BIP pro Kopf als Wohlstandsmaß sind bekannt und müssen berücksichtigt werden.
- Dennoch zeigen alternative Wohlfahrtmaße, die Gesundheit, Bildung und ggfs Lebenszufriedenheit berücksichtigen, eine starke positive Korrelation mit dem BIP pro Kopf über Länder hinweg.
  - Die Korrelation ist weniger stark bei kurzfristigen Veränderungen über die Zeit: Verbesserungen in der Lebenserwartung sind auch ohne Wachstum möglich - und umgekehrt
- Menschliche Entwicklung geht langfristig mit materiellem Wohlstand einher:
  - Soziale Sicherungssysteme und staatliche Rente (bei steigender Lebenserwartung) müssen finanziert werden
  - Infrastruktur, Bildung, Forschung und Entwicklung kosten Geld
- Unter Berücksichtigung aller Vorbehalte werden wir im Folgenden für das 'Wachstum' die Veränderung im Pro-Kopf-Einkommen (= Pro-Kopf-BIP) nehmen und Verteilung sowie Nachhaltigkeit in Block II und III diskutieren.

Die Harten Fakten zum Pro-Kopf-Einkommen

1. Fakt 1: "Es gibt eine riesige Streuung des Pro-Kopf-Einkommens über die Länder hinweg. Das Pro-Kopf-Einkommen der ärmsten Länder beträgt weniger als 5% von dem der reichsten."
2. Fakt 2: "Auch die Wachstumsraten variieren erheblich über Ländergrenzen hinweg."
3. Fakt 3: "Wachstumsraten sind nicht konstant über die Zeit hinweg. Für den Großteil der Weltgeschichte lagen die Wachstumsraten nahe null, haben sich aber im 20.Jahrhundert enorm gesteigert. Für einzelne Länder ändern sich die Wachstumsraten auch im Zeitablauf."
4. Fakt 4: "Die relative Position eines Landes in der Welteinkommensverteilung ist nicht fest - relativ 'arme' Länder können zu 'reichen' werden und umgekehrt"

Einige Beispiele

Reiche Länder:

Country	GDP per capita 2019	GDP per worker 2019	LF Part. Rate 2019	Avg. Growth 1960-2019	Years to Double
United States	62,589	130,107	0.48	2.0	35
France	43,755	103,284	0.42	2.3	30
Japan	39,704	71,980	0.55	3.4	21

Länder mit mittlerem Einkommen:

Country	GDP per capita 2019	GDP per worker 2019	LF Part. Rate 2019	Avg. Growth 1960-2019	Years to Double
Turkey	26,948	80,044	0.34	2.8	25
Chile	23,253	54,405	0.43	2.5	28
Mexico	18,737	43,465	0.43	1.7	40

Relativ arme Länder:

Country	GDP per capita 2019	GDP per worker 2019	LF Part. Rate 2019	Avg. Growth 1960-2019	Years to Double
China	14,129	25,360	0.56	4.5	16
India	6,711	18,429	0.36	3.0	24
Malawi	1,161	2,721	0.43	0.4	160

Quelle: Jones und Vollrath (2024)

Wachstum und das Gegenteil

Wachstumswunder:

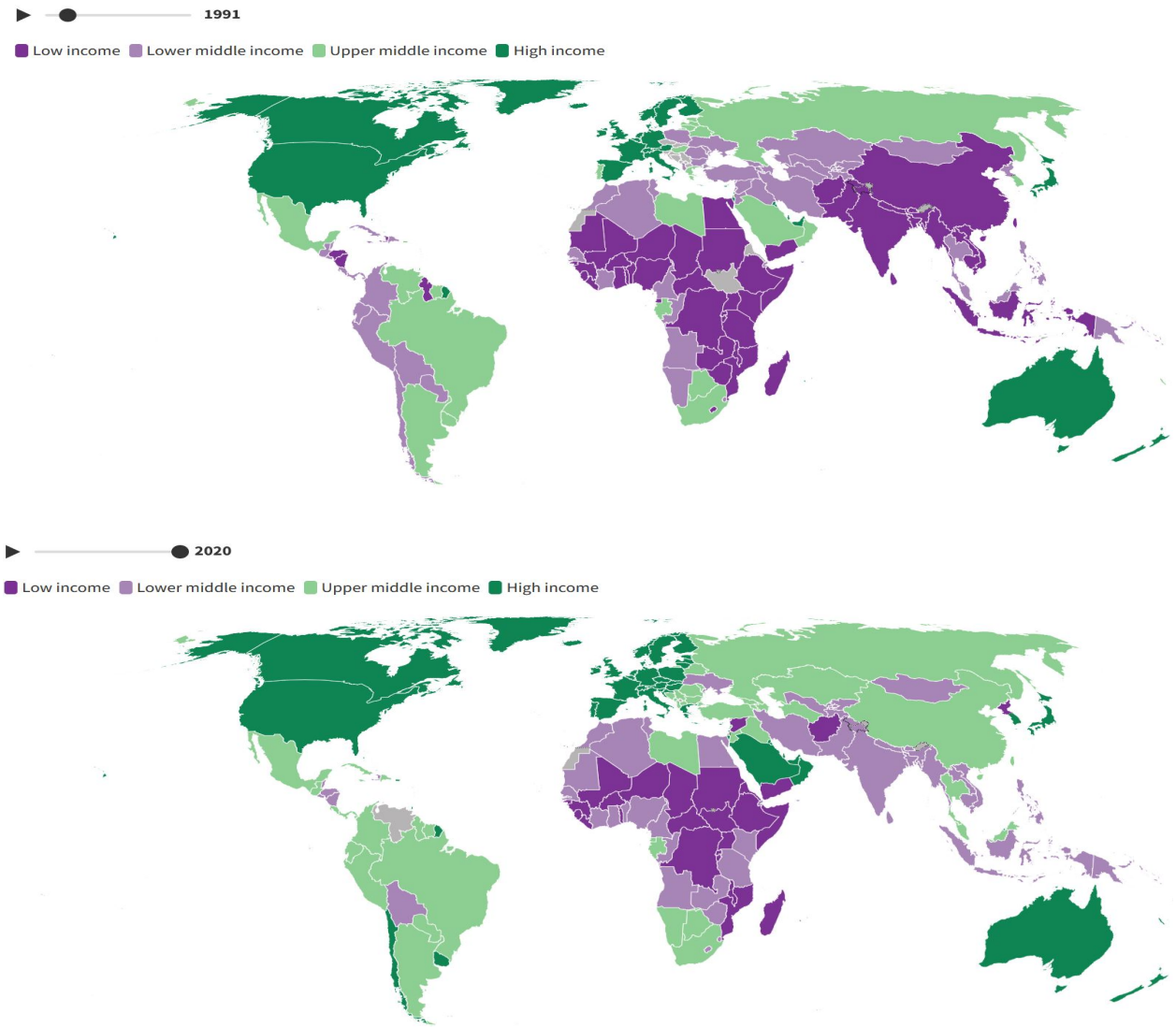
Country	GDP per capita 2019	GDP per worker 2019	LF Part. Rate 2019	Avg. Growth 1960-2019	Years to Double
Singapore	82,336	127,117	0.65	5.8	12
Taiwan	46,761	95,946	0.49	4.9	15
South Korea	42,219	80,702	0.52	6.0	12

Wachstumsdisaster:

Country	GDP per capita 2019	GDP per worker 2019	LF Part. Rate 2019	Avg. Growth 1960-2019	Years to Double
Madagascar	1,539	2,977	0.52	-0.1	-918
Niger	1,211	3,182	0.38	-0.9	-80
Venezuela	251	612	0.41	-5.8	-12

Quelle: Jones und Vollrath (2024)

Einkommensklassifikationen der Weltbank 1991 und 2020



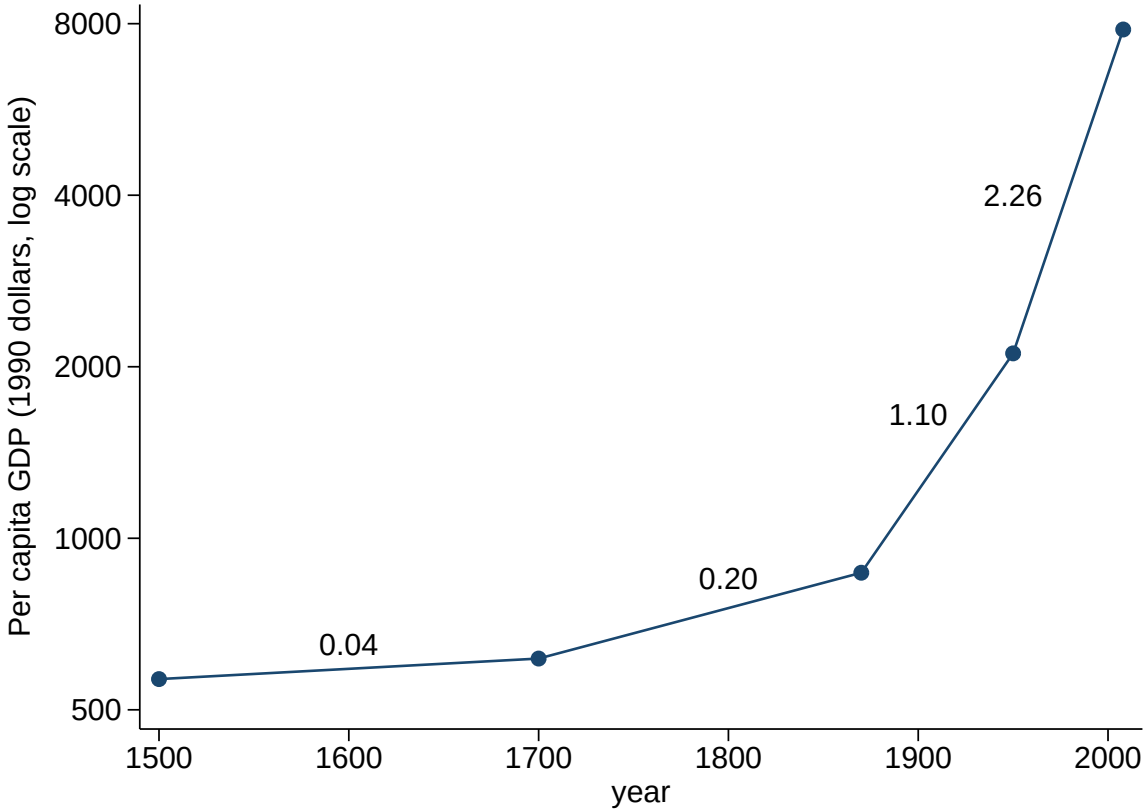
Langfristige Veränderungen in der Welteinkommensverteilung

	GDP per capita relative to the U.S.			
	1700	*1800*	*1900*	*1997*
Argentina	-	102%	52%	35%
Barbados	150%	-	-	51%
Brazil	-	50%	10%	22%
Chile	-	46%	38%	42%
Cuba	167%	112%	-	-
Mexico	89%	50%	35%	28%
Peru	-	41%	20%	15%
United States (1985$)	$550	$807	$3,859	$20,230

Quelle: Sokoloff und Engerman (2000)

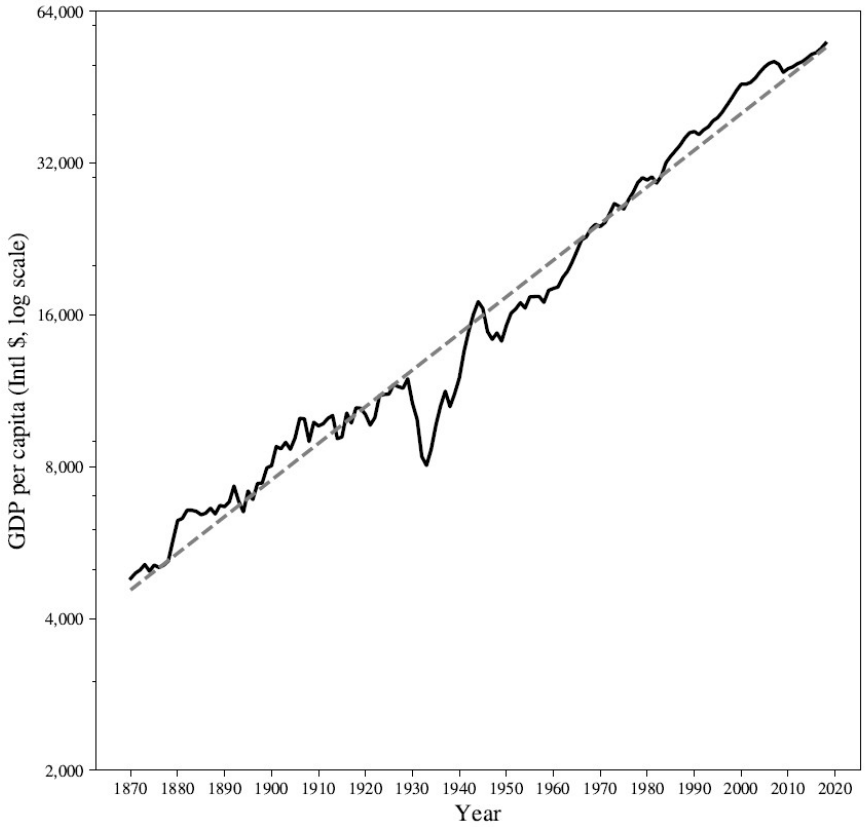
Warum rutschen manche ehemals relativ reiche Länder ab und andere ehemals arme Länder holen auf? ($\Longrightarrow$ Asiatische Tigerstaaten)

Wachstum der Weltwirtschaft seit 1500



Man beachte die logarithmische Skala: Steigungen stellen Wachstumsraten dar!

USA: Langfristiges Wachstum des Pro-Kopf-Einkommens



Trotz aller Krisen, Booms und strukturellen Veränderungen beschreibt eine konstante Pro-Kopf-Wachstumsrate von 2% die Entwicklung der USA über die letzten 150 Jahre erstaunlich gut.

Fragen und Fakten

- Wie kam es vom jahrhundertelangen Null-Wachstum vor der Industriellen Revolution ausgehend zu dauerhaften jährlichen Wachstumraten von 2% in Industrienationen heute?
- Worauf beruhen diese erstaunlich konstanten langfristigen Wachstumsraten von ca. 1-2% und kann die Entwicklung für Industrienationen so weitergehen?
- Warum können ärmere Länder mit hohen Raten wachsen, kommen mit steigendem Einkommen aber in eine Übergangsphase, in der die Wachstumsraten abflachen? ($\Rightarrow$ China)

Wie wird Wachstum eigentlich gemessen? - Diskretes Wachstum

- Wir unterscheiden **diskretes** Wachstum von **kontinuierlichem** Wachstum. Der Unterschied besteht darin, wie häufig das Wachstum kapitalisiert wird, so dass sich die Wachstumsrate auf ständig steigende Niveaus bezieht. In der Finanzwissenschaft ist das der Zinseszinseffekt.
  - Bei diskretem Wachstum wird das Wachstum zum Ende der Zeitperiode kapitalisiert, bei kontinuierlichem Wachstum unendlich oft zwischendurch.
- Zuerst betrachten wir diskretes Wachstum. Wachstum zwischen Y_0 und Y_1 mit Wachstumsrate g:

$$Y_1 = Y_0 \cdot (1+g) \tag{1}$$

$$\Longrightarrow g = \frac{Y_1}{Y_0} - 1 = \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} \tag{2}$$

Diskretes Wachstum

- Bei T diskreten Wachstumsperioden führen die Wachstumraten der jeweiligen Perioden multiplikativ zum Endniveau Y_T:

$$Y_T = Y_0 \cdot (1 + g_1) \cdot (1 + g_2) \cdot (1 + g_3) \cdot \ldots \cdot (1 + g_T) \tag{3}$$

- Da am Ende jeder Periode kapitalisiert wird, beziehen sich die Wachstumsraten auf die Werte in den jeweiligen Perioden.
  - Bsp: Steigt das Einkommen $Y_0 = 10$ erst um 20% und sinkt dann um 20%, fällt es unter den Ausgangswert ($9.6 < 10$), da sich die Wachstumsrate $g_2 = -20\%$ auf den Endwert von Periode 1, $Y_1 = 12$, bezieht:

$$\begin{aligned} Y_2 &= Y_0 \cdot (1 + g_1) \cdot (1 + g_2) && (4) \\ &= 10 \cdot (1 + 20\%) \cdot (1 - 20\%) = 10 \cdot 1.2 \cdot 0.8 = 9.6 && (5) \end{aligned}$$

Diskretes Wachstum

- Die Wachstumsraten fließen multiplikativ und nicht additiv in den Endwert ein. Somit ergibt sich die **durchschnittliche Wachstumsrate** g *nicht* als arithmetisches Mittel $\frac{1}{T}(g_1 + g_2 + ... + g_T)$ sondern als **geometrisches Mittel**:

$$Y_T = Y_0 \cdot (1+g)^T \Longrightarrow g = \left(\frac{Y_T}{Y_0}\right)^{\frac{1}{T}} - 1 \tag{6}$$

- Beispiel mit $Y_0 = 10$, dem Anstieg um 20%, gefolgt von einem Fall um 20%. Was ist die durchschnittliche Wachstumsrate der beiden Perioden?

$$g = \left(\frac{9.6}{10}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0.96^{\frac{1}{2}} - 1 = 0.9798 - 1 = -0.02 \tag{7}$$

  - Die durchschnittliche Wachstumsrate beträgt -2%.

Wachstumsraten: Von diskret zu kontinuierlich

Zerlege die Wachstumsperiode von Y_0 bis Y_1 in n einzelne Zeitintervalle, in denen die Wachstumsrate jeweils $\frac{g}{n}$ ist:

- Je kleiner die einzelnen Zeitintervalle des Wachstums, desto größer das Gesamtwachstum.
- Denn: Die Wachstumsrate ist relativ und basiert auf dem Anfangswert der Intervalle, die die bisherige Entwicklung beinhalten. $\Longrightarrow$ Zinseszinseffekt durch häufigere Kapitalisierung. Beispiel:
  - Jährliches Wachstum von 10% führt ausgehend von 100 Euro nach einem Jahr zu $100 \cdot (1 + 0.1) = 110$ Euro.
  - Halbjährliches Wachstum von 5% führt ausgehend von 100 Euro nach einem Jahr zu $100 \cdot (1 + 0.05) \cdot (1 + 0.05) = 110.25$ Euro. Denn: Im zweiten Halbjahr ist nicht 100, sondern 105 der Ausgangswert für das 5%-Wachstum. Die annualisierte Wachstumsrate dieser halbjährlichen 5% beträgt 10.25%.
  - Allgemein: $\frac{1}{n}$-jährliches Wachstum von $\frac{10}{n}$ führt nach einem Jahr zu $100 \cdot \left(1 + \frac{10}{n}\right)^n > 110$ Euro.

Wachstumsraten: Von diskret zu kontinuierlich

Der Wachstumsprozess bei stetigem und kontinuierlichem Wachstum:

- Der Wachstumsprozess mit Wachstumsrate g und n Zeitintervallen, so dass n mal kapitalisiert wird:

$$Y_1 = Y_0 \cdot \left(1 + \frac{g}{n}\right)^n \tag{8}$$

- Setze nun $\frac{g}{n} = \frac{1}{m}$, d.h. $n = m \cdot g$:

$$Y_1 = Y_0 \cdot \left(1 + \frac{g}{n}\right)^n = Y_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m \cdot g} \tag{9}$$

- Kontinuierliches Wachstum: Intervalllänge $\Delta_t \to 0$ bedeutet $n \to \infty$ und $m = \frac{n}{g} \to \infty$:

$$Y_1 = \lim_{m \to \infty} Y_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m \cdot g} = \lim_{m \to \infty} Y_0 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right]^g = Y_0 \cdot e^g \tag{10}$$

denn

$$\lim_{m \to \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = e \tag{11}$$

Wachstumsraten: Kontinuierliches Wachstum

- Bei einem kontinuierlichen Wachstumsprozess wird andauernd kapitalisiert. Es gilt somit als Prozess

$$Y_1 = Y_0 \cdot e^g \tag{12}$$

- Die Wachstumsrate bei kontinuierlichem Wachstum berechnet sich aus der Differenz der (natürlichen) Logarithmen aus End- und Anfangswert:

$$Y_1 = Y_0 \cdot e^g \tag{13}$$

$$\Longrightarrow g = ln\left(\frac{Y_1}{Y_0}\right) = ln(Y_1) - ln(Y_0) \tag{14}$$

- Herrscht in der Realität kontinuierliches oder diskretes Wachstum? Wachstum innerhalb eines Jahres kann als ein kontinuierlicher Prozess angesehen werden, so dass sich das Niveau unaufhaltsam verändert; gemessen wird das BIP (oder andere Größen) aber nur in diskreten Abständen wie z.B. einmal innerhalb dieses Jahres.

Diskretes vs. kontinuierliches Wachstum

- Die Unterschiede zwischen diskretem und kontinuierlichem Wachstum verschwinden...
  - je kleiner die betrachteten Zeitsintervalle
  - je kleiner die Wachstumsraten
- Somit gilt die Approximation zwischen der kontinuierlichen und diskreten Wachstumsrate:

$$ln(Y_1) - ln(Y_0) \approx \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} \tag{15}$$

- Beispiel mit Wachstum von 1% von 500 auf 505:

$$ln(505) - ln(500) = 0.009950 \tag{16}$$

$$\approx \frac{505 - 500}{500} = 0.01 \tag{17}$$

Überblick über die Wachstumsraten

Man unterscheidet also bei den Wachstumraten sowohl die Häufigkeit der Kapitalisierung im Zeitintervall (diskret vs. kontinuierlich) als auch die Länge des Zeitintervalls, die man gegen Null gehen lassen kann:

	Wachstumsprozess	Rate bei $\Delta_t > 0$	Rate bei $\Delta_t \to 0$
Ohne Logs (diskret)	$Y_1 = Y_0 \cdot (1+g)$	$\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0}$	$\frac{\dot{Y}_0}{Y_0}$
In Logs (kontinuierlich)	$Y_1 = Y_0 \cdot e^g$	$ln(Y_1) - ln(Y_0)$	$\frac{\partial ln(Y_0)}{\partial t}$

Der Punkt in $\dot{Y}$ drückt die Ableitung nach der Zeit aus, denn:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Y_0}{Y_0} = \frac{\frac{\partial Y_0}{\partial t}}{Y_0} = \frac{\dot{Y}_0}{Y_0} \tag{18}$$

Wachstumsraten in Ökonomischen Wachstumsmodellen

- In makroökonomischen Wachstums-Modellen werden wir mit kontinuierlichen Wachstumsraten rechnen. Die Arbeit mit Logarithmen ist mathematisch praktisch und bringt Vorteile in der Darstellung mit.
- Die Wachstumsintervalle in den Modellen sind typischerweise infinitisimal klein, d.h. Zeitintervall Δ_t gegen 0.
- Um Wachstumsraten zu erhalten, heißt es also: Logarithmieren und nach der Zeit ableiten:

$$g = \frac{\partial ln(Y)}{\partial t} \tag{19}$$

- Dabei gelten die bekannten Rechenregeln für Logarithmen:

$$ln(x \cdot y) = ln(x) + ln(y) \tag{20}$$

$$ln\left(\frac{x}{y}\right) = ln(x) - ln(y) \tag{21}$$

$$ln(x^a) = a \cdot ln(x) \tag{22}$$

Wachstumsraten: Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$Y = K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} \tag{23}$$

Was ist die Wachstumsrate von Y, ausgedrückt durch die Wachstumsraten von K und L?
Logarithmieren...

$$\begin{aligned} ln(Y) &= ln(K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}) && (24)\\ ln(Y) &= ln(K^{\alpha}) + ln(L^{1-\alpha}) && (25)\\ ln(Y) &= \alpha \cdot ln(K) + (1-\alpha) \cdot ln(L) && (26) \end{aligned}$$

... und nach der Zeit ableiten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial ln(Y)}{\partial t} &= \alpha \cdot \frac{\partial ln(K)}{\partial t} + (1-\alpha) \cdot \frac{\partial ln(L)}{\partial t} && (27)\\ \frac{\dot{Y}}{Y} &= \alpha \cdot \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha) \cdot \frac{\dot{L}}{L} && (28) \end{aligned}$$

Wachstumsraten: Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \cdot \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha) \cdot \frac{\dot{L}}{L} \tag{29}$$

Bsp: K wächst mit der Rate 1%, L mit der Rate 2% und $\alpha = \frac{1}{3}$:
Y wächst mit der Rate

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{1}{3} \cdot 1\% + \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 2\% = \frac{5}{3}\% = 1.67\% \tag{30}$$

Wachstumsraten: Graphik mit Log-Skalierung

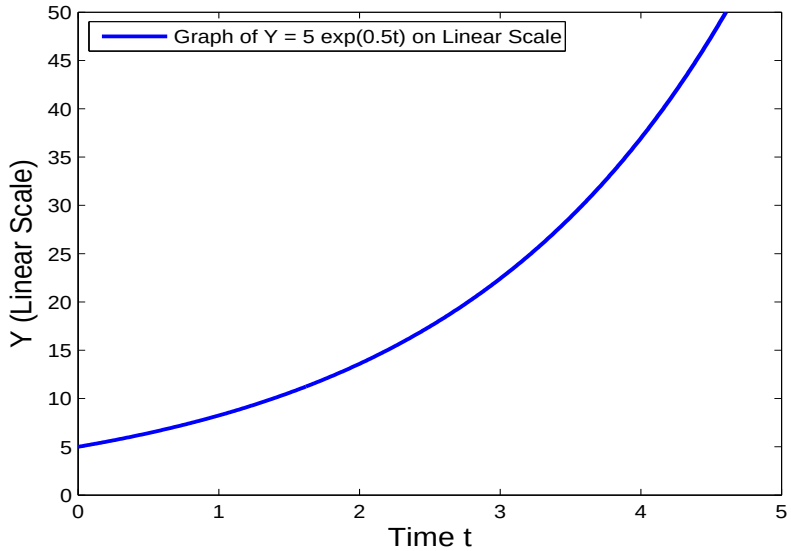
Beim Wachstumsprozess

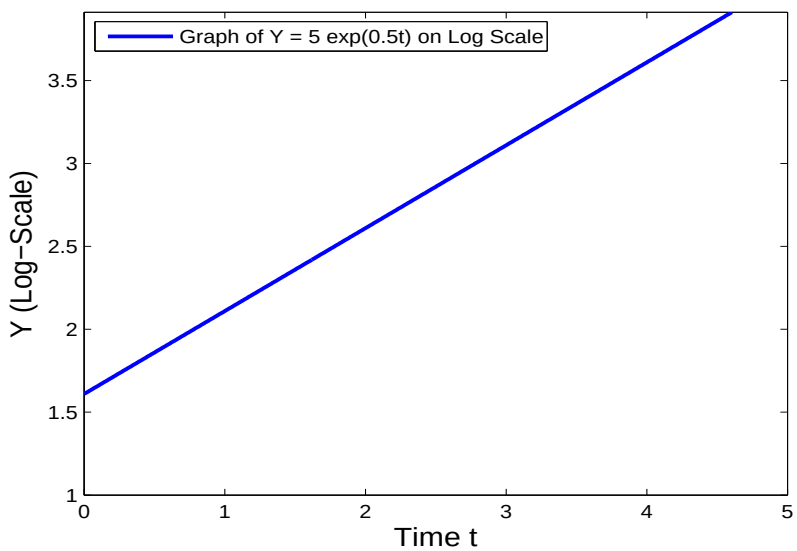
$$Y_t = Y_0 \cdot e^{g \cdot t} \tag{31}$$

lässt sich die (konstante) Wachstumsrate in einem Graph mit linearer Skalierung nicht ablesen - in Logarithmen aber sehr wohl:

$$ln(Y_t) = ln(Y_0) + g \cdot t \tag{32}$$

Bei Graphen mit Log-Skala entspricht die Steigung der Wachstumsrate.





Kaldors Fakten

Wir brauchen ein Modell, das u.a. die folgenden "Stylized Facts" erklären kann (beobachtet von Kaldor am Beispiel der US-Wirtschaft im 20.Jh.):

1. Das Pro-Kopf-Einkommen zeigt eine konstante Wachstumsrate.
2. Das (physische) Kapital pro Kopf wächst über die Zeit hinweg.
3. Das Verhältnis von Kapital und Output, $\frac{K}{Y}$, ist relativ konstant.
4. Die Anteile von Arbeit und Kapital am Output, $\frac{w \cdot L}{Y}$ und $\frac{r \cdot K}{Y}$, sind relativ konstant.
5. Die Rendite des Kapitals, r, ist relativ konstant.

Über die Allgemeingültigkeit der 3. und 4. Aussage wird diskutiert. Als vereinfachende Annahmen erlauben "Kaldors Fakten" aber eine einfache Modellkonstruktion, die uns auf einen besonderen Wachstumspfad führen wird - den **Balanced Growth Path (Ausgewogenen Wachstumspfad)**.

Neoklassische Produktionsfunktion im einfachen Solow-Modell

Produktionsfunktion $Y = F(K, L)$ mit physischem Kapital K (z.B. Maschinen, Laptops) und Anzahl der Arbeiter L
Annahmen:

a. Die Produktionsfunktion F ist stetig, zweimal diffenzierbar, konkav und hat abnehmende Grenzerträge bezüglich K und L.

b. Die Produktionsfunktion F weist **konstante Skalenerträge** auf:
$F(zK, zL) = zF(K, L) = zY, \quad \forall z \geq 0$

c. Die Produktionsfunktion erfüllt die Inada-Bedingungen:

$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial Y}{\partial K} = \infty; \quad \lim_{L \to 0} \frac{\partial Y}{\partial L} = \infty; \quad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial Y}{\partial K} = 0; \quad \lim_{L \to \infty} \frac{\partial Y}{\partial L} = 0.$$

Produzenten (Unternehmen) im Solow-Modell

- Es gibt viele Unternehmen, die das gleiche homogene Output produzieren. Alle Unternehmen benutzen die gleiche Cobb-Douglas Produktionsfunktion und sind Preisnehmer hinsichtlich der Faktoren Kapital und Arbeit. Sie stehen somit im perfekten Wettbewerb.
- Für das repräsentative Unternehmen berechnet sich der Gewinn Π als

$$\Pi = K^{\alpha} L^{1-\alpha} - rK - wL \tag{33}$$

mit r als Zinssatz/Mietpreis des Kapitals und w als Arbeitslohn.

- Gewinnmaximierung führt zur Entlohnung jedes Faktors zu Grenzkosten:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial L} \stackrel{!}{=} 0 \tag{34}$$

$$\alpha \cdot K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = r \quad \text{und} \quad (1-\alpha) \cdot K^{\alpha} L^{-\alpha} = w \tag{35}$$

$$\alpha \cdot \frac{Y}{K} = r \quad \text{und} \quad (1-\alpha) \cdot \frac{Y}{L} = w \tag{36}$$

$$MPK = r \quad \text{and} \quad MPL = w \tag{37}$$

Fakoreinkommen und Faktoranteile am Output

- Die Entlohnung der Faktoren zusammen entspricht dem Output, denn

$$w \cdot L + r \cdot K = (1-\alpha)\frac{Y}{L}L + \alpha\frac{Y}{K}K = (1-\alpha)Y + \alpha Y = Y \tag{38}$$

Das bedeutet, dass der Gewinn der Unternehmen null ist, was konsistent ist mit perfektem Wettbewerb bei freiem Eintritt und Austritt:

$$\Pi = Y - rK - wL = 0 \tag{39}$$

- Welcher Anteil am Output wird jedem der beiden Faktoren gezahlt?

$$\frac{rK}{Y} = \alpha\frac{Y}{K}\frac{K}{Y} = \alpha \tag{40}$$

$$\frac{wL}{Y} = (1-\alpha)\frac{Y}{L}\frac{L}{Y} = 1-\alpha \tag{41}$$

Bei der Cobb-Douglas Produktionsfunktion sind die Faktoranteile somit konstant und unabhängig von der Höhe von K und L. Das entspricht Kaldors Fakten hinsichtlichen der Faktoreinkommen.

Faktoranteile am Output: Gesamte Welt

Was sagen empirische Zahlen zu $1-\alpha$, also dem Faktoranteil des Faktors Arbeit am Einkommen?

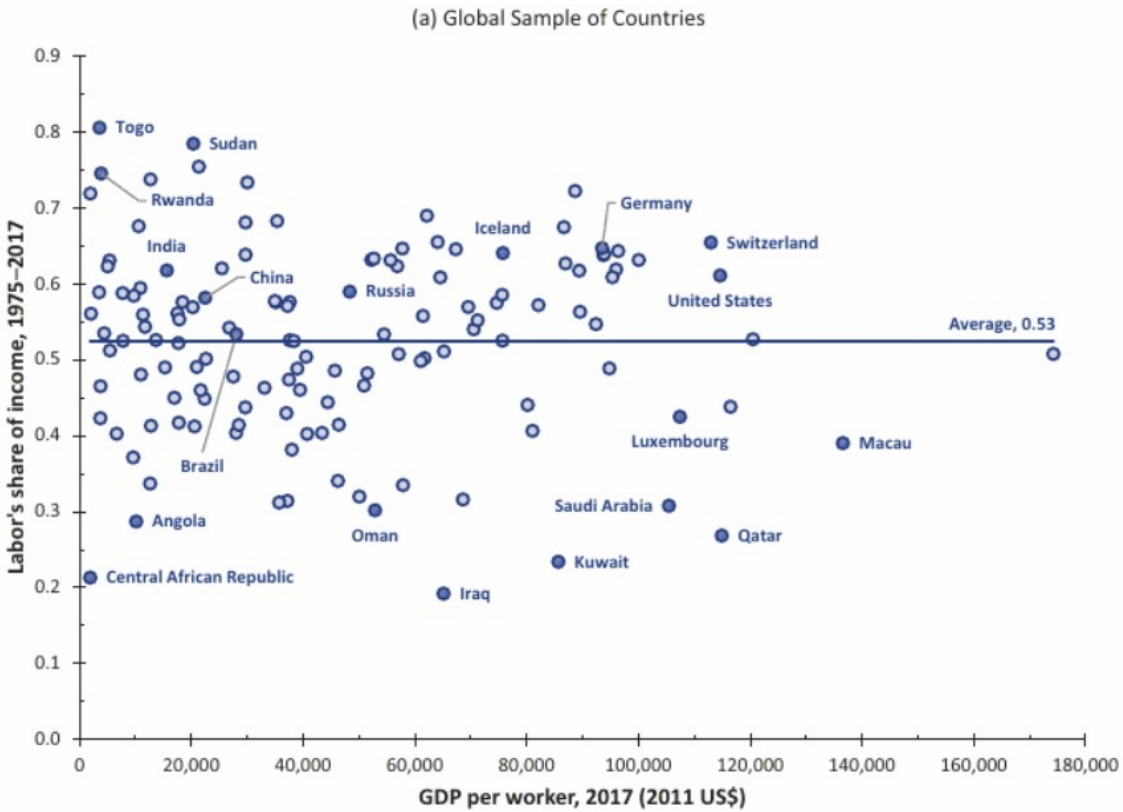


FIGURE 3.3a Labor's Share of Income in a Global Cross-Section of Countries.

Quelle: Ashraf und Weil (2025)

Faktoranteile am Output: Industrienationen

Der weltweite Durchschnitt von $1 - \alpha = 0.53$ wird von rohstoffexportierenden Ländern niedrig gehalten, fortgeschrittene Industrienationen haben einen höheren Anteil des Faktors Arbeit (0.65) $\Longrightarrow$ Faustregel von $\alpha = 1/3$ und $1 - \alpha = 2/3$.

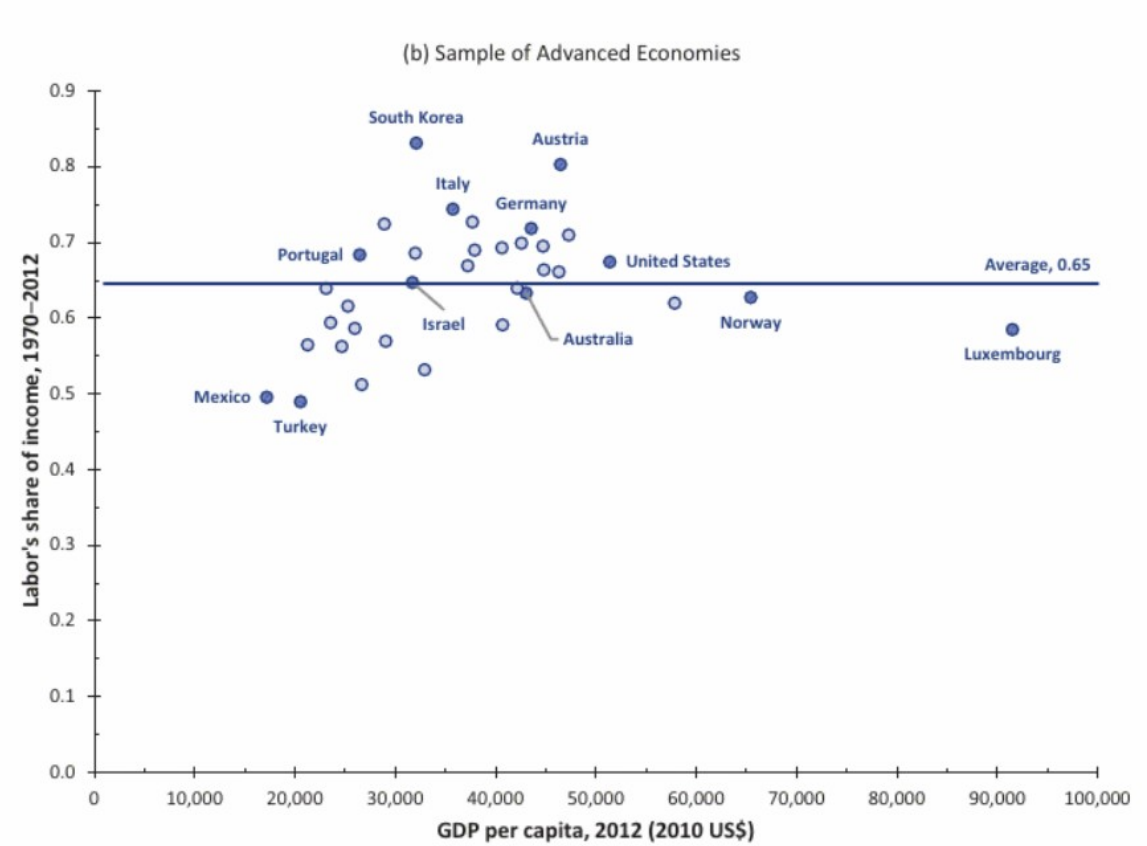


FIGURE 3.3b Labor's Share of Income in a Cross-Section of Advanced Economies.

Pro-Kopf-Einkommen

Unser Fokus liegt eher auf dem Pro-Kopf-Einkommen $y = \frac{Y}{L}$ als auf dem Gesamteinkommen Y. Wir teilen durch L. Kleinbuchstaben bezeichnen Variablen pro Kopf:

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{K^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha = k^\alpha = f(k) \tag{42}$$

Auch die Produktionsfunktion pro Kopf $y = f(k)$ ist konkav und zeigt somit abnehmende Grenzerträge des Kapitals:

$$\frac{\partial k^\alpha}{\partial k} = \alpha k^{\alpha-1} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 k^\alpha}{\partial k^2} = \alpha(\alpha-1)k^{\alpha-2} < 0 \tag{43}$$

Was ist die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens $y = k^\alpha = \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha$?

$$ln(y) = \alpha \cdot (ln(K) - ln(L)) \tag{44}$$

$$\frac{\partial ln(y)}{\partial t} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial ln(K)}{\partial t} - \frac{\partial ln(L)}{\partial t}\right) \tag{45}$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \cdot \left(\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}\right) \tag{46}$$

Kapitalakkumulation

Um die Wachstumsrate von y zu analysieren, brauchen wir somit die Wachstumsraten von K und L

- Vorläufige Annahme: L ist konstant.
- Die Veränderung des Kapitals ergibt sich aus der Differenz von Investitionen und Abschreibungen:

$$\dot{K} = I - D = sY - \delta K \tag{47}$$

  Wir schreiben das Modell in kontinuierlicher Zeit auf, $\Delta_t \to 0$.
  (47) entspricht in diskreter Zeit $\Delta K_{t+1} = K_{t+1} - K_t$.

  - Ersparnisse = Investitionen, da wir eine geschlossene Volkswirtschaft annehmen: $I = S$
  - Individuen (Arbeiter und Kapitalbesitzer) sparen einen konstanten Anteil s ihres Einkommens $wL + rK = Y$, nämlich $S = s \cdot Y$
  - Ein fester Anteil δ des Kapitalstocks muss jederzeit abgeschrieben werden: $D = \delta K$

Kapitalakkumulation und Wachstumsrate des Kapitals

- Es ist sinnvoll, die absolute Veränderung des Kapitals (47) als Wachstumsrate von K umzuschreiben. Teile durch K:

$$\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta \tag{48}$$

- Wie kann man aus der Wachstumsrate des Kapitals $\frac{\dot{K}}{K}$ die Wachstumsrate des Kapitals pro Kopf $\frac{\dot{k}}{k}$ herauslesen?

$$k = \frac{K}{L} \Longrightarrow \frac{\partial ln(k)}{\partial t} = \frac{\partial ln(K)}{\partial t} - \frac{\partial ln(L)}{\partial t} \Longleftrightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \tag{49}$$

Fundamentale Veränderung- und Wachstumsgleichung

- Durch die Annahme $\frac{\dot{L}}{L} = 0$ erhält man:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} = s\frac{\frac{Y}{L}}{\frac{K}{L}} - \delta = s\frac{y}{k} - \delta \tag{50}$$

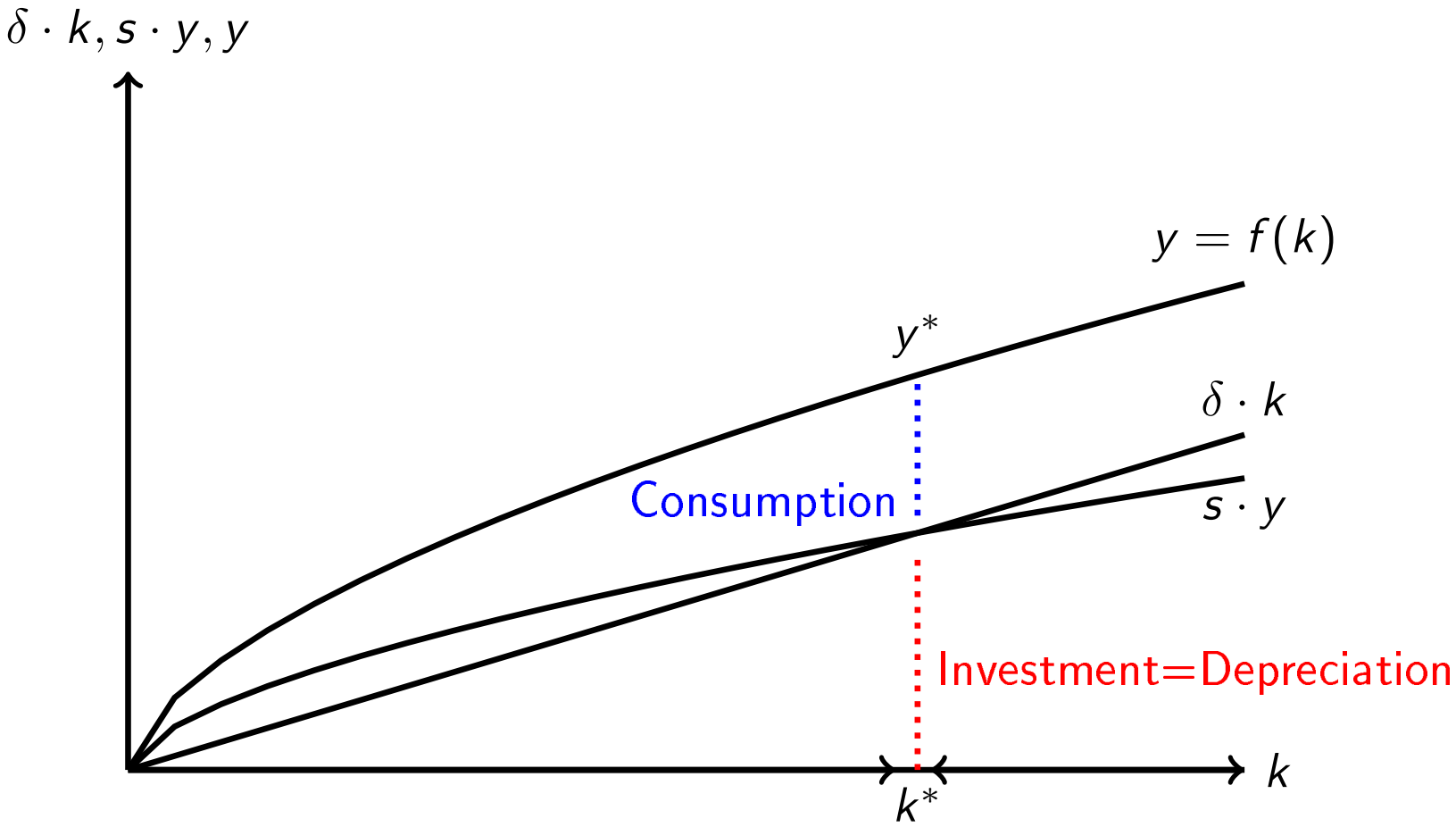
  Das ist die fundamentale Wachstumsgleichung für das Pro-Kopf-Kapital k im Solow-Modell.

- Multiplikation beider Seiten mit k erlaubt es, zwischen der Wachstums- und absoluten Veränderungsgleichung zu wechseln:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\frac{y}{k} - \delta \Longleftrightarrow \dot{k} = sy - \delta k \tag{51}$$

  Dabei gilt $y = k^{\alpha}$.

Das Solow Diagramm



Das Solow-Diagramm

- Es gibt einen **Steady State** (stationären Zustand) k^*, bei dem der Kapitalstock pro Kopf unverändert bleibt:

$$\dot{k} = 0 \Longleftrightarrow sk^{\alpha} = \delta k \tag{52}$$

  Investitionen und Abschreibungen gleichen sich genau aus.

- Wenn $k < k^*$, dann $sk^{\alpha} > \delta k$, und $\dot{k} > 0$. Der Kapitalstock pro Kopf wächst, da Investitionen die Abschreibungen übersteigen.
- Wenn $k > k^*$, dann $sk^{\alpha} < \delta k$, und $\dot{k} < 0$. Der Kapitalstock pro Kopf schrumpft, da Abschreibungen die Investitionen übersteigen.

Im Steady State hat der Pro-Kopf-Output eine Wachstumsrate von 0:

$$y = k^{\alpha} \tag{53}$$

$$\Longrightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} \tag{54}$$

Aus $\frac{\dot{k}}{k} = 0$ im Steady State folgt also $\frac{\dot{y}}{y} = 0$.

Die Lösung des Solow-Modells

Die Lösung des Solow-Modells bedeutet, dass die endogenen ('zu erklärenden') Variablen

- Output Y und/oder Pro-Kopf-Output y
- Kapital K and/or Kapital pro Kopf k

durch die exogenen ('gegebenen') Variablen

- α, der Anteil des Kapitals am Output
- s, die Sparquote
- n, die Bevölkerungswachstumsrate (momentan noch als 0 angenommen)
- δ, die Abschreibungsrate
- k_0, der Anfangswert des Pro-Kopf-Kapitals

ausgedrückt werden.

Wo liegt der Steady State?

Wir suchen den Steady State, ausgedrückt nur durch die exogenenen Variablen. Dazu setzen wir die Veränderungsgleichung des Kapitals pro Kopf gleich 0 und lösen nach k^* auf:

$$0 = sk^{\alpha} - \delta k \tag{55}$$

$$\delta k = sk^{\alpha} \tag{56}$$

$$k^{1-\alpha} = \frac{s}{\delta} \tag{57}$$

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{58}$$

Durch Einsetzen in die Produktionsfunktion findet man den Pro-Kopf-Output im Steady State:

$$y^* = (k^*)^{\alpha} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{59}$$

Davon wird der Anteil $s \cdot y^* = s \cdot \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ investiert/abgeschrieben und der Rest konsumiert.

Unterschiede in der Sparquote

Wenn zwei Länder im Steady State sind, können sich im Solow-Modell ihre Einkommens-Niveaus nur durch die exogenen Parameter α, s und δ unterscheiden. Beispiel für zwei (ansonsten identische) Länder 1 und 2 mit unterschiedlichen Sparquoten s_1 und s_2:

$$y_1^* = \left(\frac{s_1}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{60}$$

$$y_2^* = \left(\frac{s_2}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{61}$$

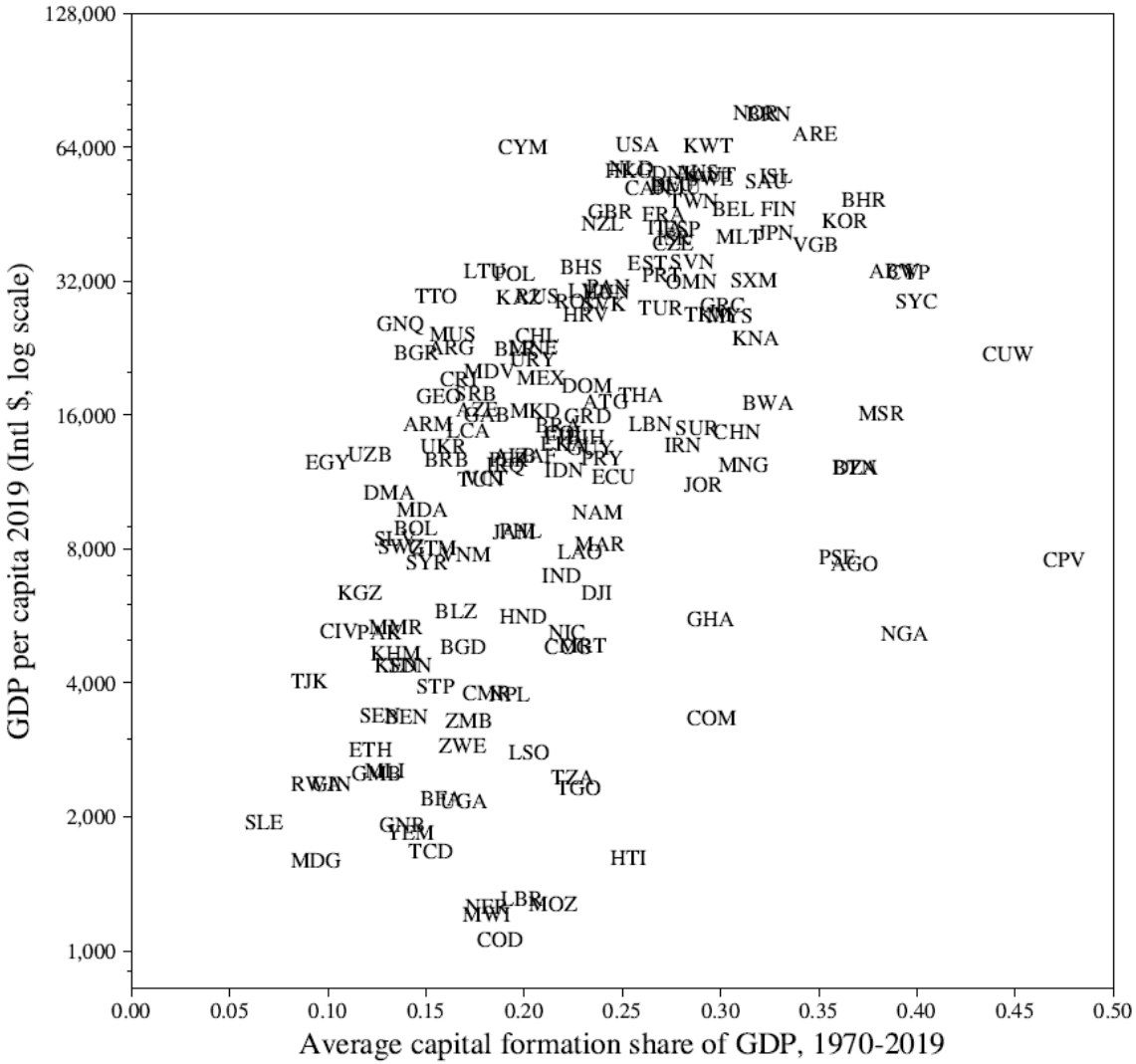
Das Verhältnis der Pro-Kopf-Einkommen der Länder 1 und 2 zueinander ist

$$\frac{y_1^*}{y_2^*} = \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{62}$$

Bsp: $\alpha = \frac{1}{3}$, $s_1 = 0.2$ und $s_2 = 0.05$:

$$\frac{y_1^*}{y_2^*} = \left(\frac{0.2}{0.05}\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2. \tag{63}$$

Sparquoten und Pro-Kopf-Einkommen

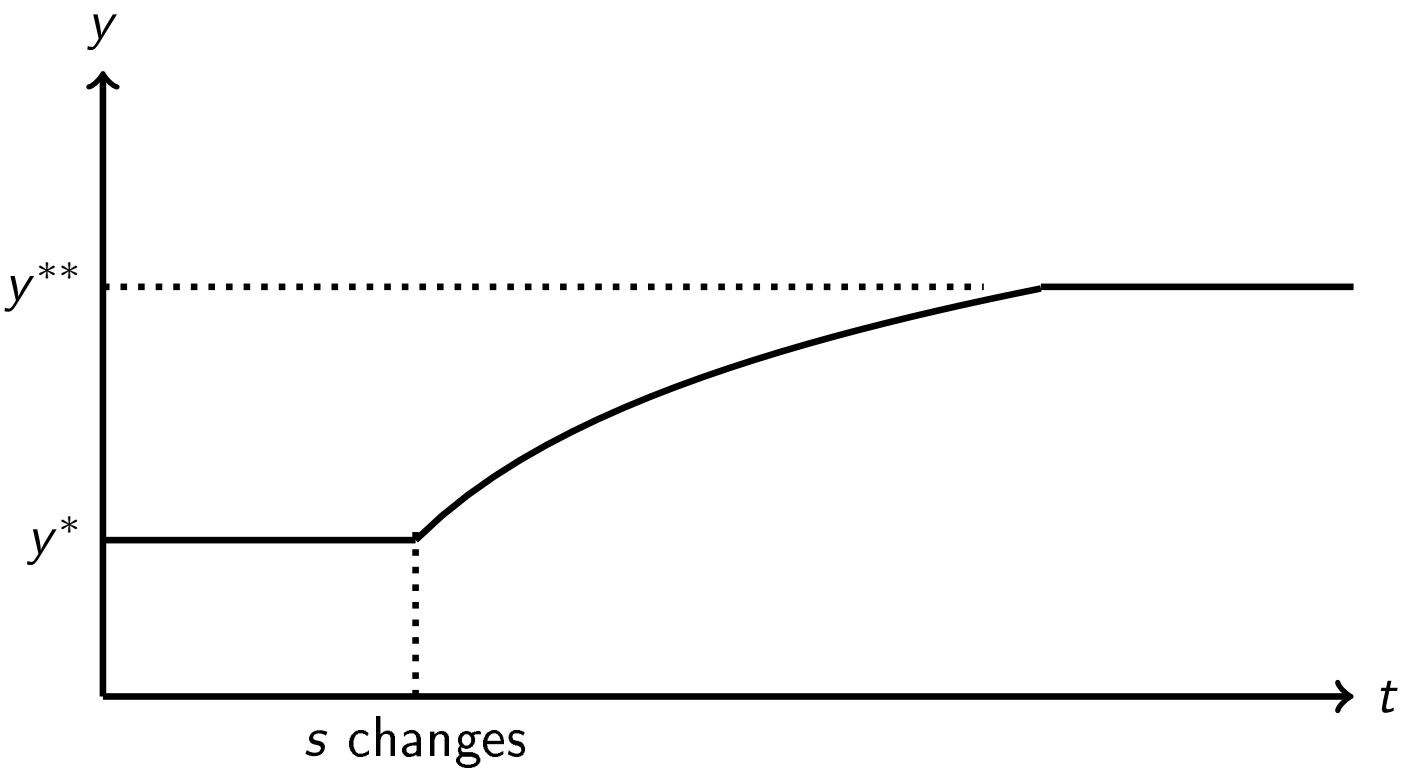


Änderung der Sparquote

Was passiert genau bei einer Erhöhung der Sparquote?

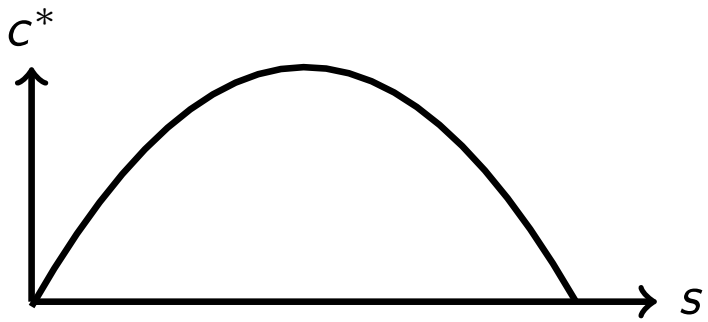
- Die Sparkurve $s \cdot y$ verschiebt sich zu $s' \cdot y$, was zu einem neuen, höheren, Steady State k^{**} führt.
- Direkt nach der Erhöhung von s gilt: $k < k^{**}$, so dass $\frac{\dot{k}}{k} > 0$. Der Kapitalstock pro Kopf wächst und somit auch der Pro-Kopf-Output.
- Der Pro-Kopf-Output wächst bis der neue Steady State erreicht ist: $\delta k = s' k^{\alpha}$. Dort ist die Wachstumsrate wieder 0.

Wachstum in der Übergangsphase bis zum Erreichen des neuen Steady State



Die Sparquote der Goldenen Regel

- "Wenn eine höhere Sparquote zu einem höheren Output führt, dann sollten wir 100% des Einkommens sparen, oder??"
- Wegen $Y = C + I$ besteht ein Trade-off zwischen Konsum und Ersparnissen
- Kurzfristig senkt eine Erhöhung der Sparquote immer den Konsum, mittel- bis langfristig (wenn der neue Steady State erreicht ist), kann der Konsum erhöht werden, weil zwar ein geringerer Anteil konsumiert wird, dieser sich aber auf einen höheres Einkommen bezieht.
- Konsum als Maß für die Wohlfahrt: Wo liegt die den Konsum für heutige und künftige Generationen maximierende Sparquote?



Die Sparquote der Goldenen Regel

Steady-State-Konsum c^* in Abhängigkeit von der Sparquote:

$$c^* = (1-s) \cdot y^* = (1-s) \cdot f(k^*(s)) = f(k^*(s)) - \delta k^*(s) \tag{64}$$

unter Ausnutzung der Gleichgewichtsbedingung des Steady States: $sf(k^*) = \delta k^*$.
Gesucht: Die **Golden Rule** Sparquote, die den Steady-State-Konsum maximiert:

$$\frac{\partial c^*}{\partial s} \stackrel{!}{=} 0 \iff \frac{\partial c^*}{\partial k^*(s)} \cdot \frac{\partial k^*(s)}{\partial s} = 0 \tag{65}$$

$$(f'(k^*(s)) - \delta) \cdot \frac{\partial k^*}{\partial s} = 0 \tag{66}$$

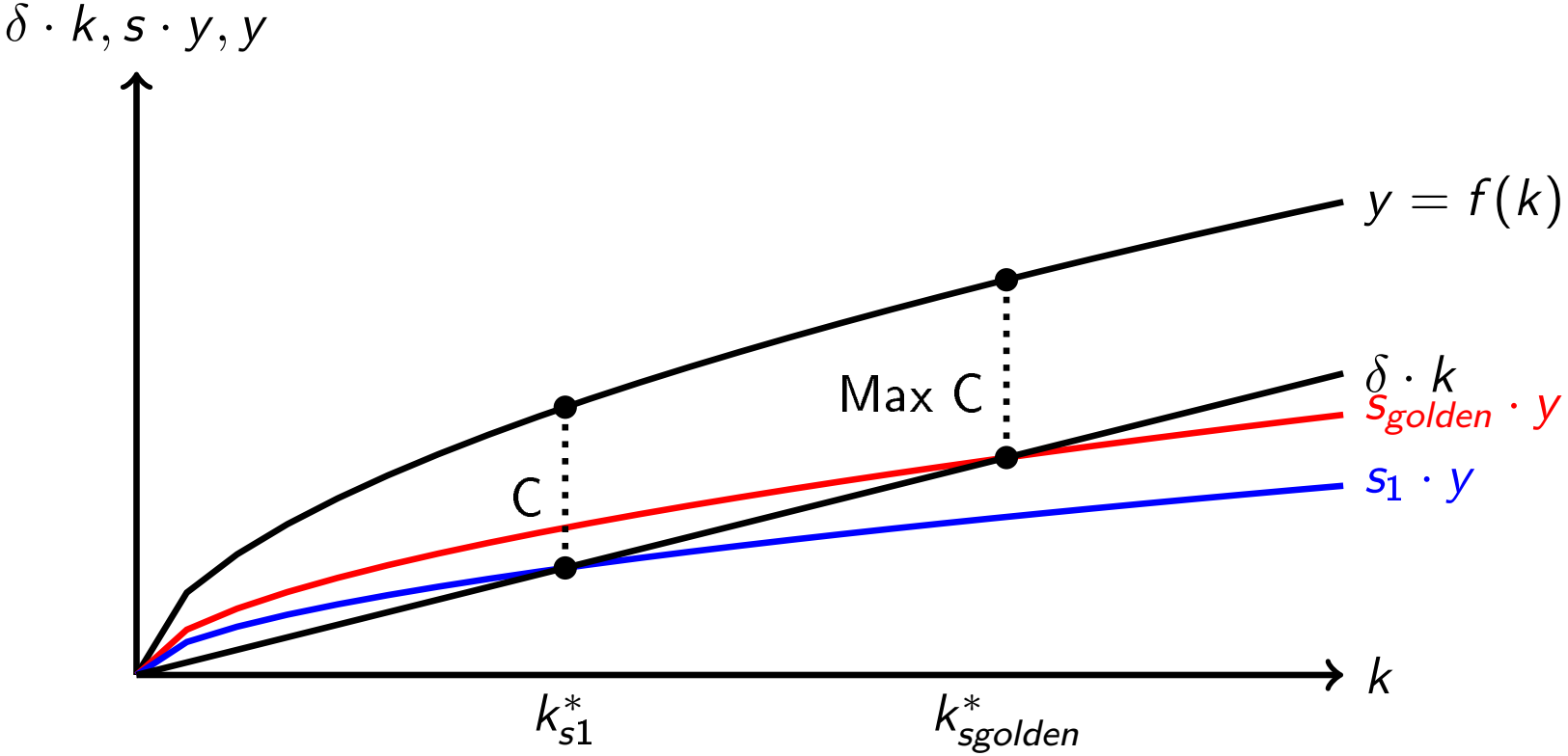
Da $\frac{\partial k^*}{\partial s} > 0$, muss gelten:

$$f'(k^*(s)) = \delta \tag{67}$$

Golden Rule: Die Sparquote, die dazu führt, dass das Grenzprodukt des Kapitals gleich der Abschreibungsrate entspricht, maximiert den (langfristigen) Konsum.

Die Sparquote der Goldenen Regel

$f'(k^*(s)) = \delta$ bedeutet, dass die Steigung der Produktionsfunktion und der Abschreibungsgerade gleich sein müssen, was den Abstand zwischen beiden (=Konsum) maximiert



Beispiel: Die Sparquote der Goldenen Regel

- Wir betrachten drei kleine Volkswirtschaften mit identischer Abschreibungsrate $\delta = 0.05$ und Cobb-Douglas-Produktionsfunktion mit $\alpha = 0.5$. Die Länder A, B und C unterscheiden sich nur in ihren Sparquoten $s_A = 0.2$, $s_B = 0.5$ und $s_C = 0.6$.
- Sie haben somit alle unterschiedliche Steady States. Wir wissen, dass je höher die Sparquote, desto höher der Steady State des Pro-Kopf-Kapitals k^*:

$$k_A^* = \left(\frac{s_A}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{0.2}{0.05}\right)^{\frac{1}{1-0.5}} = 16 \tag{68}$$

$$k_B^* = \left(\frac{s_B}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{0.5}{0.05}\right)^{\frac{1}{1-0.5}} = 100 \tag{69}$$

$$k_C^* = \left(\frac{s_C}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{0.6}{0.05}\right)^{\frac{1}{1-0.5}} = 144 \tag{70}$$

Beispiel: Die Sparquote der Goldenen Regel

- Eine höhere Sparquote führt somit zu einem höheren Pro-Kopf-Output y^* im jeweiligen Steady State:

$$y_A^* = (k_A^*)^\alpha = (16)^{0.5} = 4 \quad (71)$$
$$y_B^* = (k_B^*)^\alpha = (100)^{0.5} = 10 \quad (72)$$
$$y_C^* = (k_C^*)^\alpha = (144)^{0.5} = 12 \quad (73)$$

- Aber wie viel bleibt nach Abzug der Investitionen, die die Abschreibung des Kapitalstocks ausgleichen ($s \cdot y = \delta \cdot k$), noch als Konsum?

$$c_A^* = y_A^* - s_A \cdot y_A^* = 4 - 0.2 \cdot 4 = 3.2 \quad (74)$$
$$c_B^* = y_B^* - s_B \cdot y_B^* = 10 - 0.5 \cdot 10 = 5 \quad (75)$$
$$c_C^* = y_C^* - s_C \cdot y_C^* = 12 - 0.6 \cdot 12 = 4.8 \quad (76)$$

Beispiel: Die Sparquote der Goldenen Regel

Eine Erhöhung der Sparquote führt nur dann zu einem höheren Steady-State-Konsum, bis die Sparquote der Goldenen Regel erreicht ist (Land A vs Land B). Wird die Sparquote darüber hinaus weiter erhöht (Land B vs Land C), sinkt der Steady-State-Konsum. Im Beispiel hat Land B die Sparquote der Goldenen Regel $s = 0.5$, denn laut (67) gilt:

$$f'(k^*(s)) = \alpha \cdot (k^*)^{\alpha-1} = \delta \quad (77)$$

$$\alpha \cdot \left(\frac{s_{golden}}{\delta}\right)^{\frac{\alpha-1}{1-\alpha}} = \delta \quad (78)$$

$$\alpha \cdot \left(\frac{s_{golden}}{\delta}\right)^{-1} = \delta \quad (79)$$

$$\alpha \cdot \left(\frac{\delta}{s_{golden}}\right) = \delta \quad (80)$$

$$s_{golden} = \alpha = 0.5 \quad (81)$$

Fazit: Einfaches Solow-Modell

- Wachstum nur durch Kapitalakkumulation
- Höheres Wachstum, je weiter die Wirtschaft vom Steady State entfernt ist: $\frac{\dot{k}}{k} = sk^{\alpha-1} - \delta$. Je höher k, desto geringer $\frac{\dot{k}}{k}$
- Erklärung für höheres Wachstum zu Zeiten des Wiederaufbaus (nach Kriegen, Naturkatastrophen) $\Longrightarrow$ Rückkehr zum alten Steady State
- Unzureichende Erklärung für die Einkommensunterschiede zwischen den Ländern - und für die Tatsache, dass es in Industrienationen langfristiges Wachstum gibt! $\Longrightarrow$ Erweiterung um Bevölkerungswachstum und technologischen Fortschritt

Erweiterung des Solow-Modells um Bevölkerungswachstum

- Wir arbeiten weiterhin mit der Pro-Kopf-Produktionsfunktion $y = k^{\alpha}$.
- $k = K/L$ impliziert die Wachstumsrate

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \tag{82}$$

- Nun nehmen wir ein konstantes Wachstum der Bevölkerung mit der Rate n an: $\frac{\dot{L}}{L} = n$, was dem Prozess $L(t) = L(0) \cdot e^{nt}$ entspricht.
- Wie sieht dann die Veränderungsgleichung des Pro-Kopf-Kapitalstocks aus? Mit $\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta$ erhalten wir

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\frac{Y}{K} - \delta - n \tag{83}$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\frac{Y/L}{K/L} - \delta - n \tag{84}$$

$$\dot{k} = sy - (n+\delta)k \tag{85}$$

Steady State bei Bevölkerungswachstum

$$\frac{\dot{k}}{k} \stackrel{!}{=} 0 \quad = \quad s \cdot \frac{y}{k} - (n+\delta) \tag{86}$$

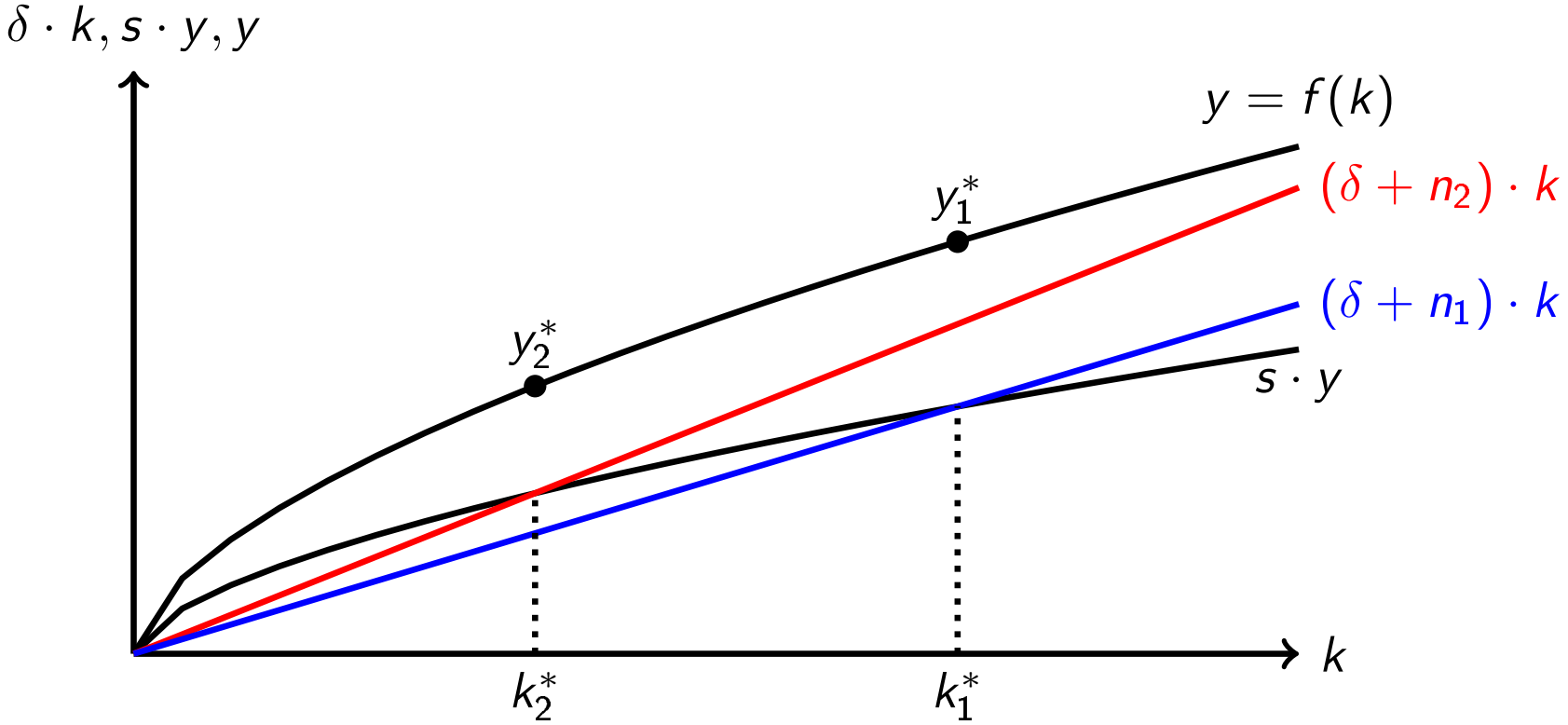
$$n+\delta \quad = \quad s \cdot \frac{k^{\alpha}}{k} \tag{87}$$

$$k^{1-\alpha} \quad = \quad \frac{s}{n+\delta} \tag{88}$$

$$k^{*} \quad = \quad \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \quad \text{und} \quad y^{*} = \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \tag{89}$$

Ein höheres Bevölkerungswachstum reduziert den Pro-Kopf-Kapitalstock und führt zu einem niedrigeren Steady State des Pro-Kopf-Kapitals und des Pro-Kopf-Einkommens (**Capital Dilution**, Kapitalverwässerung).

Bevölkerungswachstum im Solow-Diagramm: $n_2 > n_1$

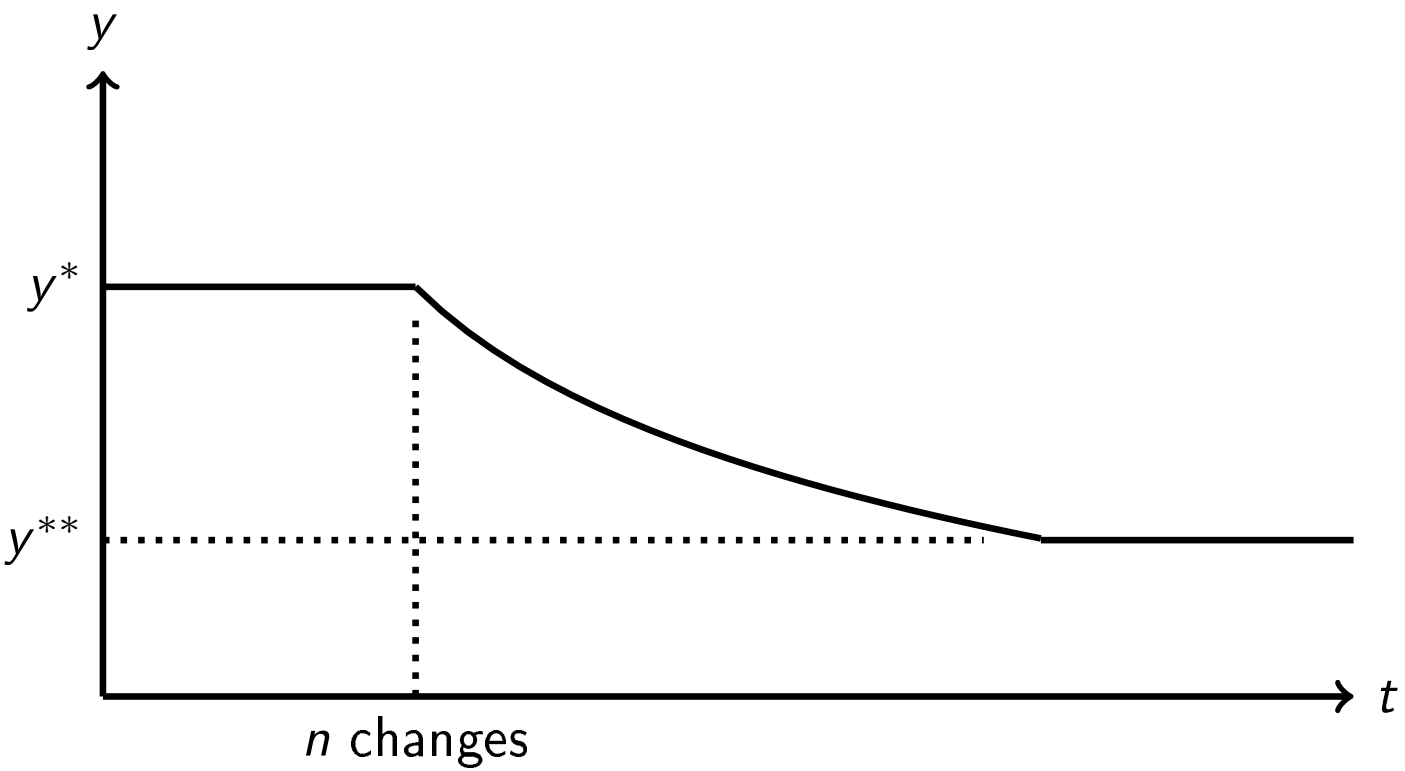


Änderung der Bevölkerungswachstumsrate

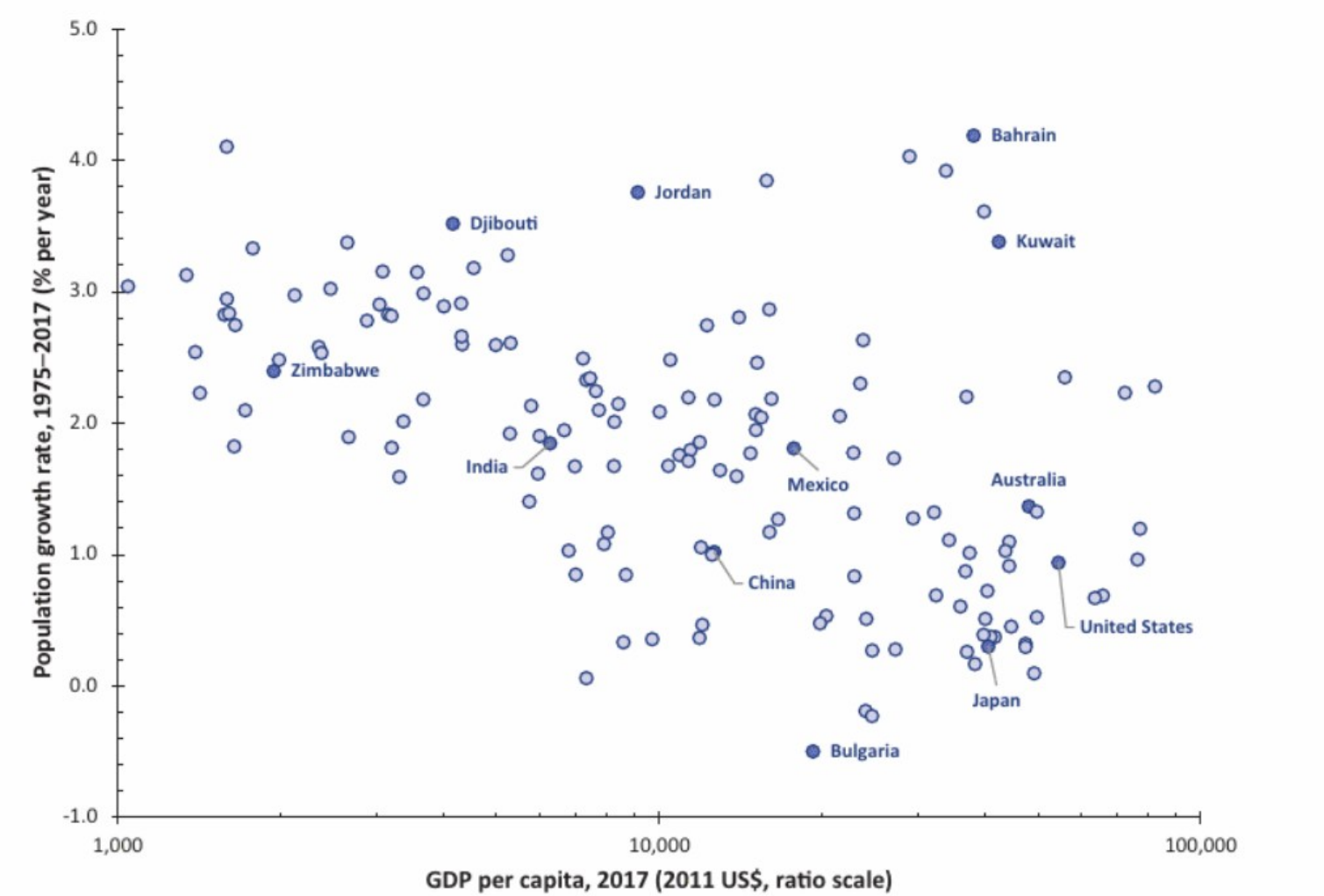
Was passiert genau bei einer Erhöhung der Bevölkerungswachstumsrate von n_1 auf n_2?

- Die Bevölkerungswachstumsgerade verschiebt sich. Sie hat nun die höhere Steigung $\delta + n_2$ und schneidet die Investitionskurve auf einem niedrigeren Niveau. Das führt zu einem neuen, niedrigeren Steady State k^{**}
- Direkt nach der Erhöhung von n gilt: $k > k^{**}$, so dass $\frac{\dot{k}}{k} < 0$. Der Kapitalstock pro Kopf schrumpft und somit auch der Pro-Kopf-Output.
- Das Wachstum des Pro-Kopf-Output bleibt negativ bis der neue Steady State erreicht ist: $\delta k = s \cdot k^{\alpha}$. Dort ist die Wachstumsrate wieder 0.

Negatives Wachstum in der Übergangsphase bis zum Erreichen des neuen, niedrigeren Steady State



Bevölkerungswachstum und Pro-Kopf-Einkommen



Quelle: Ashraf and Weil (2025)

Solow-Modell mit (exogenem) Technologischen Fortschritt

- Im bisher betrachteten Modell gab es kein Wachstum des Pro-Kopf-Outputs im Steady State. Dafür brauchen wir technologischen Fortschritt.
- Skalierungsfaktor in der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion:

$$Y = F(A, K, L) = F(K, A \cdot L) = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha} \tag{90}$$

  mit A als **Labor-Augmenting Technological Progress** (arbeitsunterstützender technologischer Fortschritt)
- Bei Cobb-Douglas Funktionen macht es keinen Unterschied, ob der technologische Fortschritt als 'capital-augmenting' $Y = F(A \cdot K, L)$ oder 'labor-augmenting $Y = F(K, A \cdot L)$ oder 'Hicks-neutral' ist $Y = A \cdot F(K, L)$ spezifiziert wird, da alle Arten äquivalent sind.
- Bei anderen Produktionsfunktionen muss man darauf achten, dass der technologische Fortschritt 'labor-augmenting' ist. Nur diese Art des technologischen Fortschritts führt zum ausgewogenen Wachstumspfad.

Spezifizierung der Wachstumsrate von A

- Wir nehmen in dieser Variante des Solow-Modells an, dass die Technologie A mit der konstanten Rate g wächst:

$$A_t = A_0 \cdot e^{gt} \quad \text{so dass} \quad \frac{\dot{A}}{A} = g \tag{91}$$

- Produktionsfunktion des Pro-Kopf-Outputs y:

$$Y = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha} \tag{92}$$

$$\Longrightarrow y = \frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} A^{1-\alpha} \tag{93}$$

$$y = k^{\alpha} A^{1-\alpha} \tag{94}$$

Konstante Wachstumsrate des Pro-Kopf-Outputs y

- Wachstumsrate des Pro-Kopf-Outputs y:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + (1-\alpha)\frac{\dot{A}}{A} \tag{95}$$

- Wenn y langfristig (im Steady State) mit einer konstanten Rate g_y wachsen soll und A mit der Rate g wächst, dann muss auch k mit einer konstanten Rate wachsen. Mit welcher?

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\frac{y}{k} - (\delta + n) \tag{96}$$

- Wenn $\frac{\dot{k}}{k}$ konstant sein soll, muss auch $\frac{y}{k}$ konstant sein. Das bedeutet, dass Zähler und Nenner mit der gleichen Rate wachsen müssen:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} \tag{97}$$

(95) impliziert, dass $\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A}$.

Der ausgewogene Wachstumspfad

- Im Solow-Modell mit technologischem Fortschritt gibt es einen **'balanced growth path'**, ausgewogenen Wachstumspfad, auf dem gilt:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} = g \tag{98}$$

  Somit wachsen der Kapitalstock pro Kopf k und Output pro Kopf y langfristig mit der Rate des technologischen Fortschritts g.

- Im engeren Sinne gibt es keinen Steady State von k, aber von $\frac{k}{A}$:

$$\frac{\dot{k}}{k} = g = s \cdot \frac{y}{k} - (\delta + n) = s \cdot \frac{k^{\alpha} A^{1-\alpha}}{k} - (\delta + n) \tag{99}$$

$$s \cdot \frac{A^{1-\alpha}}{k^{1-\alpha}} = \delta + n + g \iff \left(\frac{k}{A}\right)^{1-\alpha} = \frac{s}{\delta + n + g} \tag{100}$$

$$\tilde{k}^* = \frac{k}{A} = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \tag{101}$$

Variablen pro Effektivem Arbeiter

- $\tilde{k}^* = \frac{k}{A}$ drückt das konstante Steady State Verhältnis des Pro-Kopf-Kapitalstock zum Technologie-Niveau aus.
- Äquivalente Interpretation: $\tilde{k}^* = \frac{k}{A} = \frac{K}{A \cdot L}$ ist der **Kapitalstock pro effektivem Arbeiter**
- Durch Division mit A können alle Pro-Kopf-Variablen in Variablen 'pro effektivem Kopf' konvertiert werden, z.B. $\tilde{y} = \frac{y}{A} = \frac{Y}{A \cdot L}$
- Das Solow-Modell mit technologischem Fortschritt lässt sich in Einheiten pro effektivem Arbeiter leicht auf das einfache Solow-Modell zurückführen:

$$\tilde{k} = \frac{k}{A} = \frac{K}{A \cdot L} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L} \tag{102}$$

Mit $\frac{\dot{K}}{K} = s \cdot \frac{\frac{Y}{A \cdot L}}{\frac{K}{A \cdot L}} - \delta$, $\frac{\dot{A}}{A} = g$ und $\frac{\dot{L}}{L} = n$ erhält man die Veränderungsgleichung für Kapital pro effektivem Arbeiter:

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n + g + \delta)\tilde{k} \tag{103}$$

Steady State des Output pro Effektivem Arbeiter

- Aus der Veränderungsgleichung für Kapital pro effektivem Arbeiter

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n + g + \delta)\tilde{k} \tag{104}$$

erhält man den Steady State für $\tilde{k}^*$, den wir bereits in (101) berechnet hatten:

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{k}} &= 0 && (105)\\
s\tilde{k}^{\alpha} &= (n + g + \delta)\tilde{k} && (106)\\
\tilde{k}^{1-\alpha} &= \frac{s}{n + g + \delta} && (107)\\
\tilde{k}^{*} &= \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} && (108)
\end{aligned}$$

Vom Output pro Effektivem Arbeiter zurück zum Pro-Kopf-Output

- Es ergibt sich der (konstante) Steady State Wert des Output pro effektivem Arbeiter $\tilde{y}^*$:

$$\tilde{y^*} = (\tilde{k}^*)^{\alpha} = \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \tag{109}$$

- Die Variablen pro effektivem Arbeiten sind gut zum Rechnen. Aber praktische Relevanz hat nicht der Output pro effektivem Arbeiter, sondern der Output pro Kopf! Was tun?
- Wir haben die Variablen pro effektivem Arbeiter durch Division durch A erhalten $\Longrightarrow$ Multiplikation mit A, um zu den Pro-Kopf-Variablen zu gelangen:

$$y^* = A \cdot \frac{y^*}{A} = A \cdot \tilde{y^*} = A \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \tag{110}$$

Der Pro-Kopf-Output im Steady State

- Beispiel: Berechnen Sie das Steady-State Pro-Kopf-Einkommen des Landes X anhand von (110)
  - Gegeben seien die Sparquote $s = 0.3$, die Abschreibungsrate $\delta = 0.05$ und die Bevölkerungswachstumsrate $n = 0.03$.
  - Die Rate des technologischen Fortschritts wird als $g = 0.02$ angenommen.
  - Sie brauchen laut (110) noch das Technologieniveau A des Landes. Diesen Wert werden Sie in der Praxis nicht explizit finden.
  - Sie finden jedoch Werte der (Erwerbs-)Bevölkerungsgröße $L = 50000$, dem Kapitalstock $K = 600000$ und dem gesamten BIP $Y = 17000000$. Sie können mit der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $Y = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}$ mit $\alpha = 0.5$ arbeiten.

Der Pro-Kopf-Output im Steady State

- Lösung: Durch Einsetzen erhält man den Steady State Output $\tilde{y}$ pro effektivem Arbeiter:

$$\tilde{y^*} = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \tag{111}$$

$$= \left(\frac{0.3}{0.05 + 0.03 + 0.02}\right)^{\frac{0.5}{0.5}} = 3^1 = 3 \tag{112}$$

- Da das gesuchte Pro-Kopf-Output $y^* = A \cdot \tilde{y^*}$ ist, müssen wir 3 noch mit A multiplizieren.

Der Pro-Kopf-Output im Steady State

- Woher bekommen wir A? Aus der Produktionsfunktion:

$$Y = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha} \tag{113}$$

$$A^{1-\alpha} = \left(\frac{Y}{K^{\alpha}L^{1-\alpha}}\right) \tag{114}$$

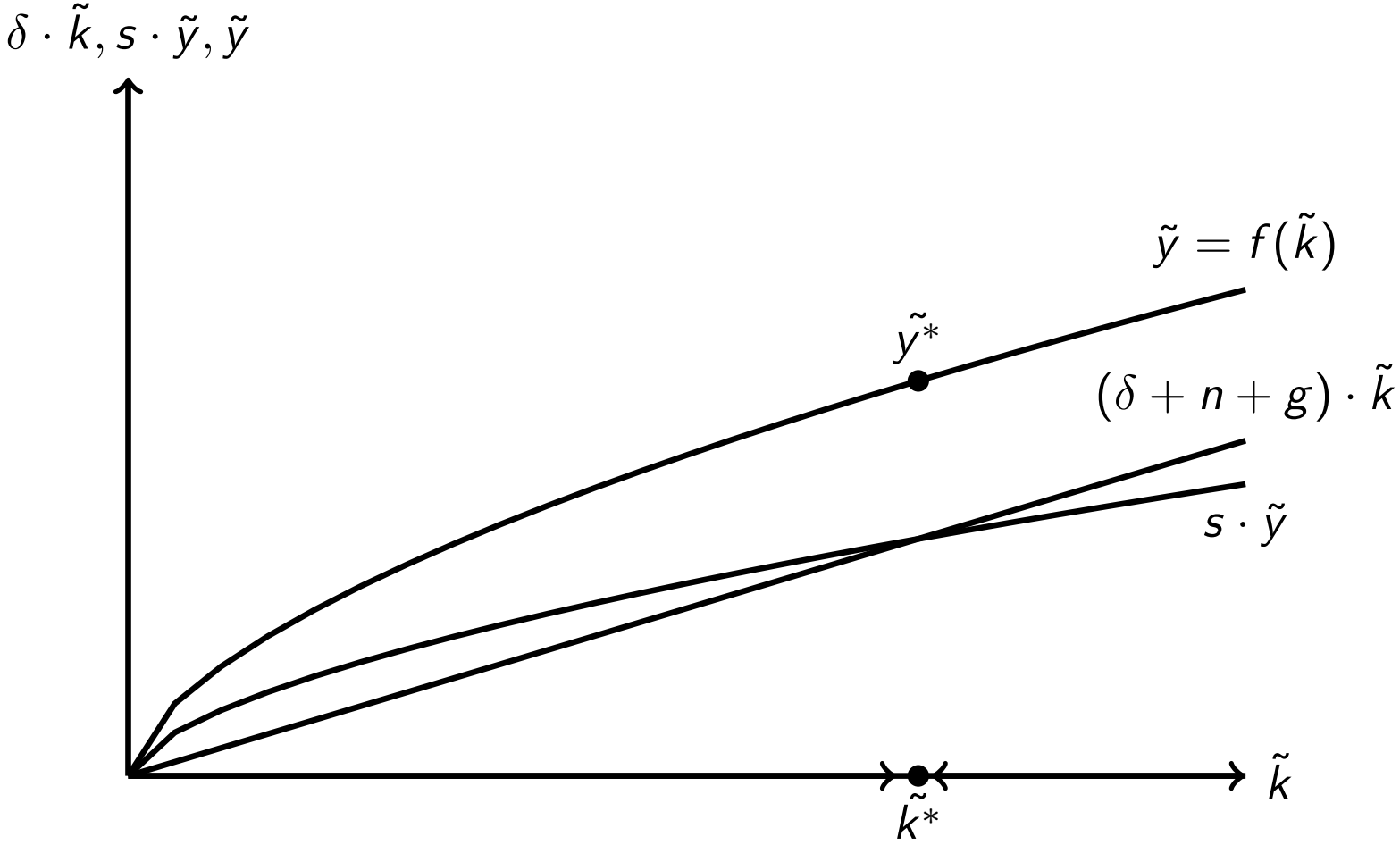
$$A = \left(\frac{Y}{K^{\alpha}L^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{115}$$

$$= \left(\frac{17000000}{600000^{0.5} \cdot 50000^{0.5}}\right)^{\frac{1}{0.5}} = 9633.33 \tag{116}$$

- Der Steady State des Pro-Kopf-Outputs liegt somit bei $3 \cdot 9633.33 = 28899.99$.

Das Diagramm des erweiterten Solow-Modells

Alle Angaben pro effektivem Arbeiter



Zusammenfassung: Wachstumsraten im erweiterten Solow-Modell mit exogenem technologischen Fortschritt

Variable	Wachstumsrate allgemein	Wachstumsrate im Steady State (Ausgewogener Wachstumspfad)
$\tilde{y} = \frac{Y}{A \cdot L} = \left(\frac{K}{A \cdot L}\right)^{\alpha}$	$\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} = \frac{\left(\frac{\dot{Y}}{A \cdot L}\right)}{\frac{Y}{A \cdot L}} = \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$	$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = 0 \Longrightarrow \underline{\underline{\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} = 0}}$
$y = \frac{Y}{L} = A \cdot \frac{Y}{A \cdot L}$ $= A \cdot \left(\frac{K}{A \cdot L}\right)^{\alpha}$	$\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$	$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = 0 \Longrightarrow \underline{\underline{\frac{\dot{y}}{y} = g}}$
$Y = A \cdot L \cdot \frac{Y}{A \cdot L}$ $= A \cdot L \cdot \left(\frac{K}{A \cdot L}\right)^{\alpha}$	$\frac{\dot{Y}}{Y} = g + n + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$	$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = 0 \Longrightarrow \underline{\underline{\frac{\dot{Y}}{Y} = g + n}}$

Beispiel: Wachstum von Land X auf dem ausgewogenen Wachstumspfad

- Betrachten Sie Land X aus dem Beispiel, das sich auf dem ausgewogenen Wachstumspfad befindet. Im Jahr $t = 0$ haben wir den Output pro effektivem Arbeiter $\tilde{y} = 1.605$ sowie den Output pro Kopf $y = 15461.49$ gegeben. Außerdem ist der gesamte Output $Y = 17000000$ gegeben sowie die Parameter g=0.02 udn n=0.03. Welche Werte werden $\tilde{y}$, y und Y im nächsten Jahr $t = 1$ haben?
  - Lösung: $\tilde{y}$ wächst mit der Rate 0
    $\Longrightarrow \tilde{y}_1^* = \tilde{y}_0^* = 1.605$
  - y wächst mit der Rate $g = 0.02$
    $\Longrightarrow y_1^* = y_0^* \cdot e^{0.02} = 15461.49 \cdot e^{0.02} = 15773.83$
  - Y wächst mit der Rate $g + n = 0.02 + 0.03$
    $\Longrightarrow Y_1^* = Y_0^* e^{0.05} = 17000000 \cdot e^{0.05} = 17343422.78$

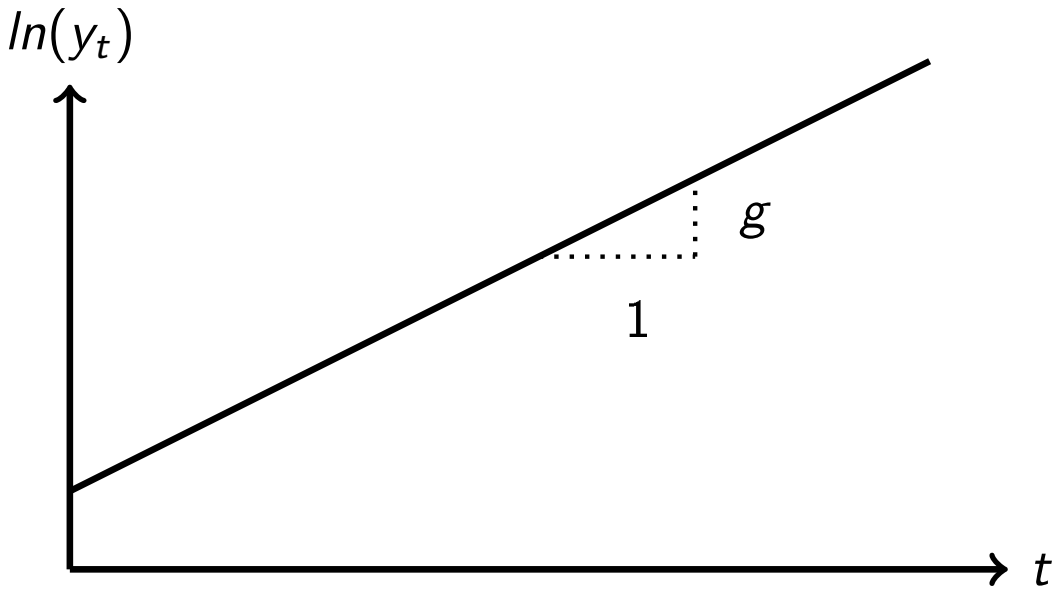
Der ausgewogene Wachstumspfad graphisch

y wächst entlang des ausgewogenen Wachstumspfades mit der Rate des technologischen Fortschritts g:

$$\frac{\dot{y}}{y} = g \quad \Longrightarrow \quad y_t = e^{gt} \cdot y_0 \tag{117}$$

$$ln(y_t) = ln(y_0) + g \cdot t \tag{118}$$

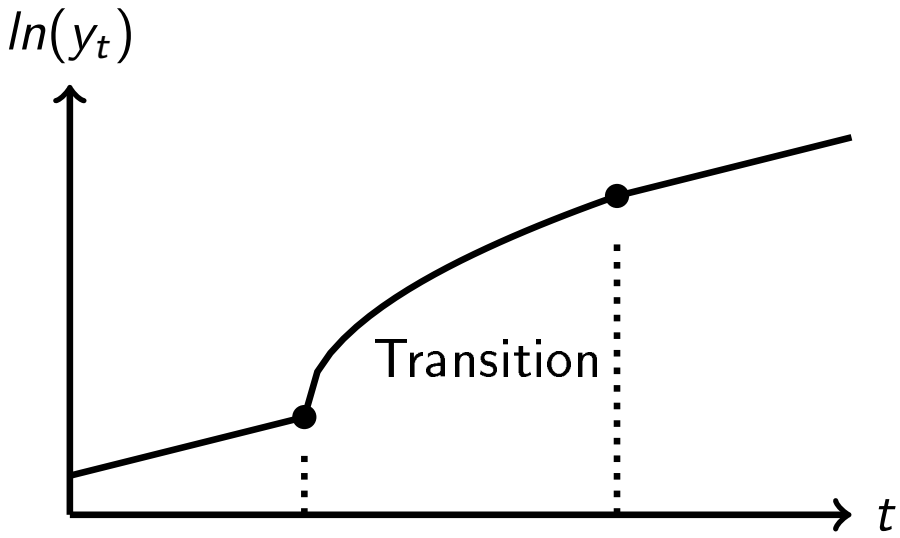
Diagramm des ausgewogenen Wachstumspfades mit Log-Skalierung:



Erhöhung der Sparquote von s_1 auf s_2

- Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad: $y_t = A_t \cdot \tilde{y}^* = A_t \cdot \left(\frac{s_1}{\delta+n+g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}}$ wächst mit der Rate $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = g$
- $s_1 \rightarrow s_2$: Kapitalakkumulation in der Übergangsphase: y_t wächst mit der Rate $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} > g$, da $\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} > 0$
- Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad mit höherem Niveau: $y_t = A_t \cdot \left(\frac{s_2}{\delta+n+g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}}$ wächst mit der Rate $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = g$

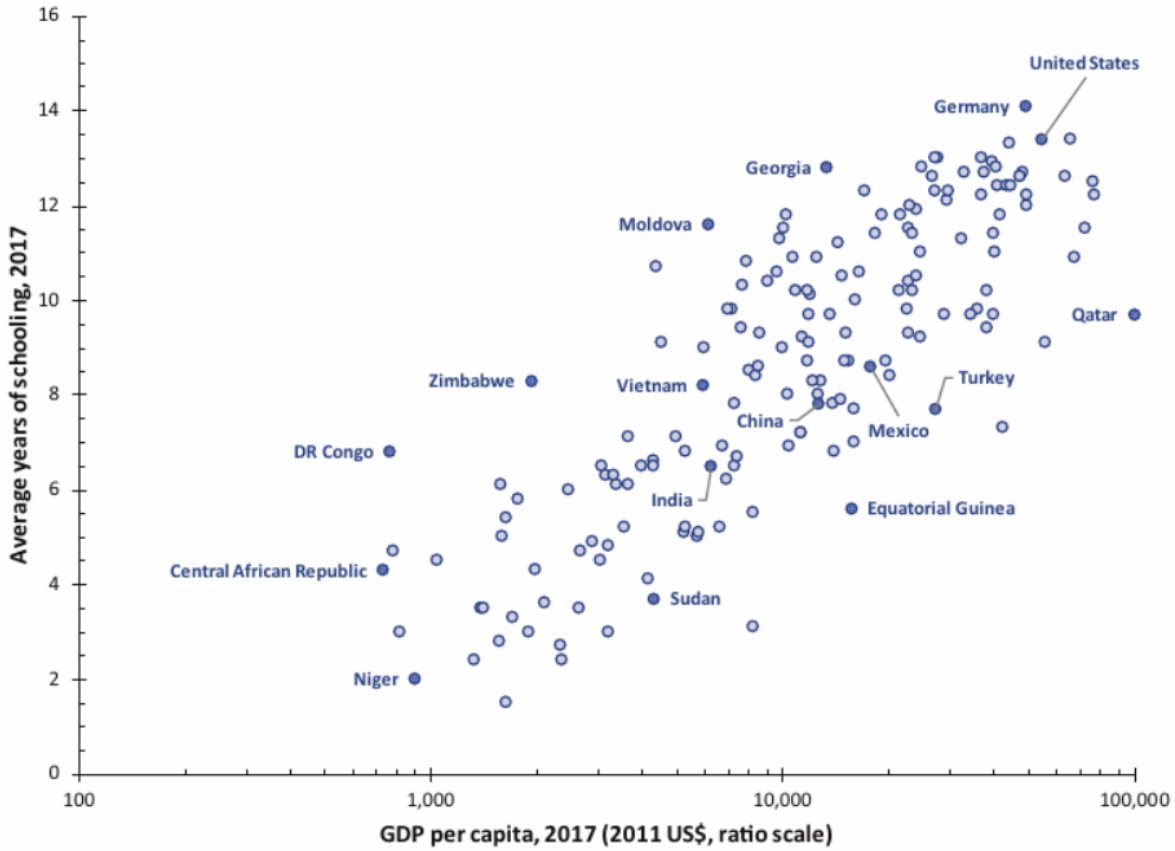
Erhöhung der Sparquote von s_1 auf s_2



- Die Steigung ist vor der Erhöhung von s sowie nach Erreichen des neuen Steady States gleich; y wächst dort mit der Rate g. Nur während der Übergangsphase haben wir temporär höheres Wachstum, das sich nach und nach abmildert, bis es wieder g erreicht. Wir sind auf dem ausgewogenen Wachstumspfad mit auf einem höheren Niveau ($\Longrightarrow$ Parallelverschiebung vom ursprünglichen Wachstumspfad).

Die Bedeutung von Humankapital

Im bisher betrachteten Solow-Modell wird nicht zwischen gut und weniger gut ausgebildeten Arbeitskräften unterschieden.



Quelle: Ashraf and Weil (2025)

'Returns to Education', Bildungserträge

- Um wieviel % erhöht ein weiteres Jahr Bildung den Arbeitslohn? **'Returns to Education' (Bildungserträge)**
- Basierend auf folgenden 'Returns to Education' schlagen Ashraf und Weil (2025) die Berechnung des (individuellen) Humankapitals vor:
  - 13.4% pro Jahr für die ersten vier Bildungsjahre
  - 10.1% pro Jahr für die nächsten vier Bildungsjahre
  - 6.8% pro Jahr für Bildungsjahre nach achtjähriger Schulbildung
- Die Vergleichsbasis ist das Humankapital eines ungelernten Arbeiters h_0 und der dazugehörige Lohn w_0 der ungelernten Arbeit
- Bsp: Somit wäre 'mein Humankapital'

$$h_{mk} = (1.134^4 \cdot 1.101^4 \cdot 1.068^{16}) \cdot h_0. \tag{119}$$

Ich sollte dieses Vielfache des Lohns eines ungelernten Arbeiters verdienen:

$$\frac{h_{mk} \times w_0}{h_0 \times w_0} = \frac{h_{mk}}{h_0} = 1.134^4 \cdot 1.101^4 \cdot 1.068^{16} \approx 6.97 \tag{120}$$

Was wäre unter diesen Annahmen Ihr Humankapital?

'College Premium'

- Bildungserträge variieren über Länder hinweg (und innerhalb eines Landes über die Zeit hinweg)
- Sie sind höher in ärmeren als in reicheren Ländern, weil dort gut ausgebildete Arbeitskräfte knapp sind
- **'College Premium'**, der Lohnaufschlag der Hochschulbildung, sollte in den Industrienationen fallen, da der Anteil der weniger gut ausgebildete Arbeitskräfte geringer wird. Wir beobachten aber das Gegenteil.
- Die Erhöhung der Nachfrage nach gut ausgebildeten Arbeitskräften muss also höher als die Erhöhung des Angebots gewesen sein.
- Durch internationalen Handel wird gut ausgebildete Arbeit (global gesehen) knapper und auch der technologische Wandel scheint 'skill-biased' zu sein.

Der Anteil der Arbeitskräfte mit und ohne Studium an den gesamten geleisteten Arbeitsstunden (USA)

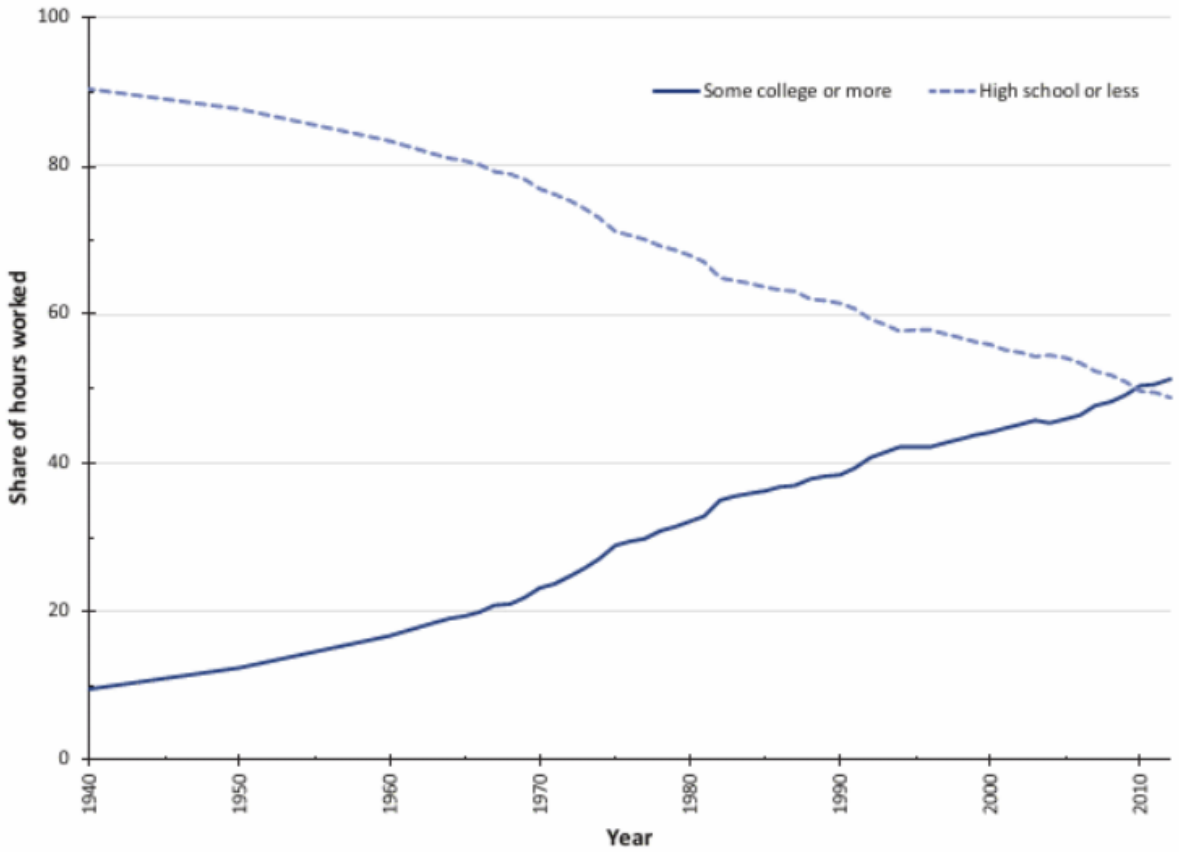


FIGURE 6.7 Share of Hours Worked by Education Level in the U.S., 1940–2012.
Sources: Autor, Katz, and Krueger (1998) and Autor (2014).

Das Verhältnis der Löhne der Arbeitskräfte mit und ohne Studium (USA)

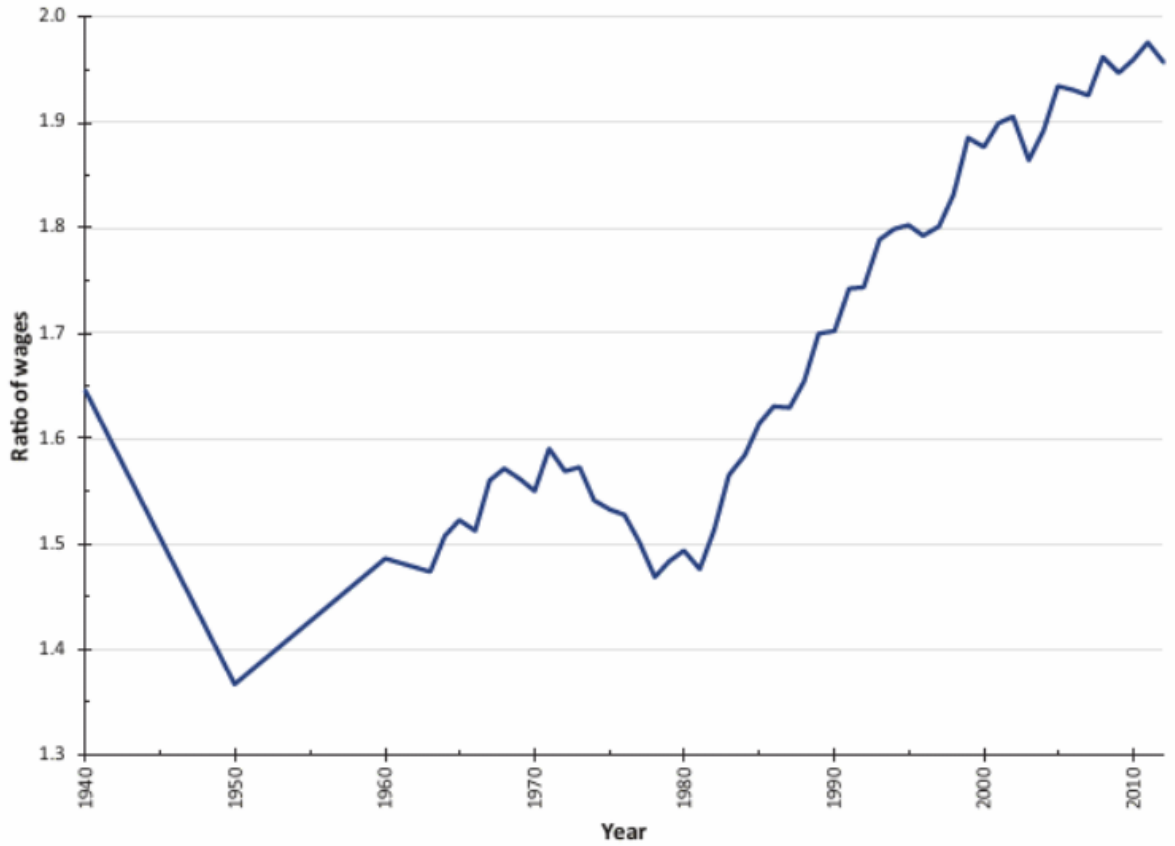


FIGURE 6.8 Ratio of College Wages to High-School Wages in the U.S., 1940–2012.
Sources: Autor, Katz, and Krueger (1998) and Autor (2014).

Das erweiterte Solow-Modell mit Humankapital (Mincer)

- Spezifizierung des Humankapitals im erweiterten Solow-Modell durch

$$Y = K^{\alpha}(AH)^{1-\alpha} \quad \text{mit} \quad H = e^{\psi \cdot u} L \tag{121}$$

- Das Humankapital H wächst also aus der Anzahl der (ungelernten) Arbeitskräfte L, wobei u die Zeit des Humankapitalerwerbs, z.B. Schuljahre, angibt.
- ψ gibt die Wachstumsrate des Humankapitals während einer Einheit von u an. Logarithmieren und nach der Zeit, hier u, ableiten

$$ln(H) = \psi \cdot u + ln(L) \tag{122}$$

$$\frac{\partial ln(H)}{\partial u} = \psi \tag{123}$$

- $\psi = 0.1$ impliziert, dass das Humankapital in einem Schuljahr ($u = 1$) um 10% steigt. $\Longrightarrow$ 'Returns to Education', Mincer-Ansatz

Analyse des Solow-Modells mit Humankapital (Mincer)

- Mit der Definition von Humankapital pro Kopf $h = \frac{H}{L} = e^{\psi \cdot u}$ lässt sich die Produktionsfunktion pro Kopf y schreiben als

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} \left(\frac{A \cdot H}{L}\right)^{1-\alpha} \tag{124}$$

$$y = k^{\alpha}(A \cdot h)^{1-\alpha} \tag{125}$$

- Wachstumsraten:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + (1-\alpha)\frac{\dot{A}}{A} + (1-\alpha)\frac{\dot{h}}{h} \tag{126}$$

- Annahmen: $\frac{\dot{A}}{A} = g$ wie bisher und $\frac{\dot{h}}{h} = 0$, so dass Humankapital zeitkontinuierlich (über t) nicht wächst (sondern über Schuljahre u)
- Humankapital ändert dann nichts daran, dass auf dem ausgewogenen Wachstumspfad gilt: $\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = g$

Analyse des Solow-Modells mit Humankapital (Mincer)

Auf dem ausgewogenenen Wachstumspfad gilt also mit $y = k^{\alpha}(A \cdot h)^{1-\alpha}$

$$\frac{\dot{k}}{k} = g = s \cdot \frac{y}{k} - (\delta + n) \tag{127}$$

$$0 = s \cdot \frac{(Ah)^{1-\alpha}}{k^{1-\alpha}} - (\delta + n + g) \tag{128}$$

$$\frac{k}{Ah} = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \tag{129}$$

$$k^* = Ah \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \tag{130}$$

Output pro Kopf im Solow-Modell mit Humankapital (Mincer)

- Somit erhalten wir für den Pro-Kopf-Output auf dem ausgewogenenen Wachstumspfad

$$\begin{aligned} y^* &= (k^*)^{\alpha}(A \cdot h)^{1-\alpha} = (Ah)^{\alpha} \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \cdot (A \cdot h)^{1-\alpha} \\ &= Ah \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \end{aligned} \tag{131}$$

- Mit expliziter Zeitabhängigkeit und mit $h = \frac{H}{L} = e^{\psi \cdot u}$:

$$y^*(t) = A(t)e^{\psi \cdot u}\left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \tag{132}$$

- Humankapital beeinflusst somit das Niveau des Pro-Kopf-Outputs auf dem ausgewogenen Wachstumspfad, wenn auch nicht dessen Wachstumsrate.

Variablen pro effektivem, gelernten Arbeiter

- Definiere $\tilde{k} = \frac{K}{AhL}$ und $\tilde{y} = \frac{Y}{AhL}$. Dann gilt: $\tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha}$
- Wachstumstumsrate von $\tilde{k}$:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{h}}{h} - \frac{\dot{L}}{L} \tag{133}$$

- Mit $\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{\frac{Y}{AhL}}{\frac{K}{AhL}} - \delta = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - \delta$, $\frac{\dot{A}}{A} = g$, $\frac{\dot{h}}{h} = 0$ und $\frac{\dot{L}}{L} = n$ erhält man

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n + g + \delta)\tilde{k} \tag{134}$$

- Auflösen nach $\tilde{k}^*$ und dann k^* ergibt:

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \quad \text{und} \quad k^* = Ah \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \tag{135}$$

- Gleiches Solow-Diagramm wie bisher mit den neu definierten $\tilde{k}$ und $\tilde{y}$

Das Mankiw-Romer-Weil-Modell

- Mankiw, Romer und Weil (1992) schlagen eine andere Einbeziehung des Humankapitals ins erweiterte Solow-Modell vor. Anstatt der Annahme $H = e^{\psi \cdot u} L$, mit der H durch L ausgedrückt wird, unterscheiden sie explizit zwischen gelernter und ungelernter Arbeitskraft H und L in der Produktionsfunktion:

$$Y = K^{\alpha} H^{\beta} (AL)^{1-\alpha-\beta} \tag{136}$$

mit $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$ sowie $0 \leq \alpha + \beta \leq 1$

- Humankapital folgt einer Bewegungsgleichung wie physisches Kapital; es wird akkumuliert und abgeschrieben: s_k ist der Anteil des Einkommens, der in physisches Kapital investiert und s_h der Anteil des Einkommens, der in Humankapital investiert wird:

$$\dot{\tilde{k}} = s_k \tilde{y} - (n + g + \delta)\tilde{k} \tag{137}$$

$$\dot{\tilde{h}} = s_h \tilde{y} - (n + g + \delta)\tilde{h}, \tag{138}$$

wobei $\tilde{y} = \frac{Y}{AL}$, $\tilde{k} = \frac{K}{AL}$ und $\tilde{h} = \frac{H}{AL}$ in Einheiten pro effektivem Arbeiter ausgedrückt sind.

Das Mankiw-Romer-Weil-Modell

- Im Mankiw-Romer-Weil-Modell erhält man für den Steady State Output:

$$y^*(t) = A(t)\left[\left(\frac{s_k}{n+g+\delta}\right)^{\alpha}\left(\frac{s_h}{n+g+\delta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \tag{139}$$

- Zum Vergleich: Im erweiterten Solow-Modell mit Humankapital in Form von $H = e^{\psi \cdot u}L$ (Mincer-Ansatz) hatten wir

$$y^*(t) = A(t)h\left(\frac{s}{\delta+n+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{140}$$

- Diese beiden Ausdrücke sind dann gleich, wenn alle Arbeit ungelernt ist, es also kein Humankapital gibt: $\beta = 0$ im Mankiw-Romer-Weil-Modell, was $u = 0 \Longrightarrow h = e^{\psi u} = 1$ im Mincer-Modell entspricht.

Übersicht: Unterschiedliche Spezifizierungen des Humankapitals

Ansatz	Mincer	Mankiw-Romer-Weil
Produktionsfunktion (allgemein)	$F(K, AhL)$	$F(K, H, AL)$
Produktionsfunktion (Cobb-Douglas)	$Y = K^{\alpha}(AhL)^{1-\alpha}$	$Y = K^{\alpha}H^{\beta}(AL)^{1-\alpha-\beta}$
Besonderes Merkmal	Humankapital und Arbeit werden gleich behandelt	Humankapital und Arbeit werden sehr unterschiedlich behandelt
(Bildungs-)Erträge	Konstant, unabhängig vom bisherigen Bildungsniveau	Abnehmendes Grenzprodukt des Humankapitals
Vorteile	$h = e^{\psi \cdot u}$ kann aus Mikrodaten geschätzt werden	Entwicklung über die Zeit leichter zu anaylsieren (H wie K)
Nachteile	Sandsäcke schleppen mit einem Prof oder 4 ungelernten Arbeitern?	Der Anteil des Faktors Arbeit am Output ist nicht konstant

Der Anteil des Humankapitals am Output

- Welchen Anteil am Gesamteinkommen verdanken wir dem Humankapital?
- Lohnsteigerungen durch Bildung, auf die gesamte Bevölkerung bezogen, werden ins Verhältnis zur gesamten Lohnsumme gesetzt.
- Das Ergebnis wird mit dem Lohnanteil $(1-\alpha)$ multipliziert.
- Beispiel:
  - Entwicklungsländer: $0.585 \cdot \frac{2}{3} = 0.39$.
  - Industrienationen: $0.677 \cdot \frac{2}{3} = 0.45$.
- Somit ist knapp die Hälfte des Anteils $(1-\alpha)$ des Faktors Arbeit dem Humankapital zuzuschreiben.
- Anders ausgedrückt: Sinnvolle Faktoranteile sind: $\frac{1}{3}$ physisches Kapital K, $\frac{1}{3}$ Humankapital H und $\frac{1}{3}$ Arbeitseinsatz L.

Prognose von Einkommensunterschieden durch Humankapital

Annahme: Solow-Modell mit Humankapital nach dem Mincer-Ansatz. Für zwei Länder, die sich nur in ihrem Humankapital h_1 und h_2 unterscheiden, gilt:

$$1. \quad y_1^* = A_t h_1 \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{141}$$

$$2. \quad y_2^* = A_t h_2 \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{142}$$

Somit entspricht das Pro-Kopf-Einkommensverhältnis der beiden Länder dem Verhältnis ihres Humankapitals pro Kopf:

$$\frac{y_1^*}{y_2^*} = \frac{h_1}{h_2} \tag{143}$$

Da $h = e^{\psi \cdot u}$, brauchen wir Werte für ψ und u:

- ψ: 'Returns to Education' z.B. aus Ashraf und Weil (2025)
- u: Daten über Bildungsjahre liefern z.B. Barro und Lee (2015)

Unterschiede in der Anzahl der Bildungsjahre u

TABLE 6.1 Changes in the Level of Education, 1975–2015

			Percentage of the Population Aged 25+ with			
		Average Years of Schooling	No Schooling	Complete Primary Education	Complete Secondary Education	Complete Higher Education
Developing Countries	1975	3.3	46.7	32.6	8.2	1.7
	2015	7.8	15.1	77.8	37.9	7.2
Advanced Countries (excluding the U.S.)	1975	7.0	7.8	72.9	20.1	5.0
	2015	11.7	1.6	96.8	70.5	16.8
United States	1975	11.4	1.3	93.9	71.1	16.2
	2015	13.6	0.3	99.1	94.8	32.7

Source: Barro and Lee (2015).

Quantitativer Vergleich

- Vergleich von Land 1 (durchschnittlich 12 Bildungsjahre) mit Land 2 (durchschnittlich 2 Bildungsjahre)
- ψ aus Ashraf und Weil (2025), siehe Folie 83

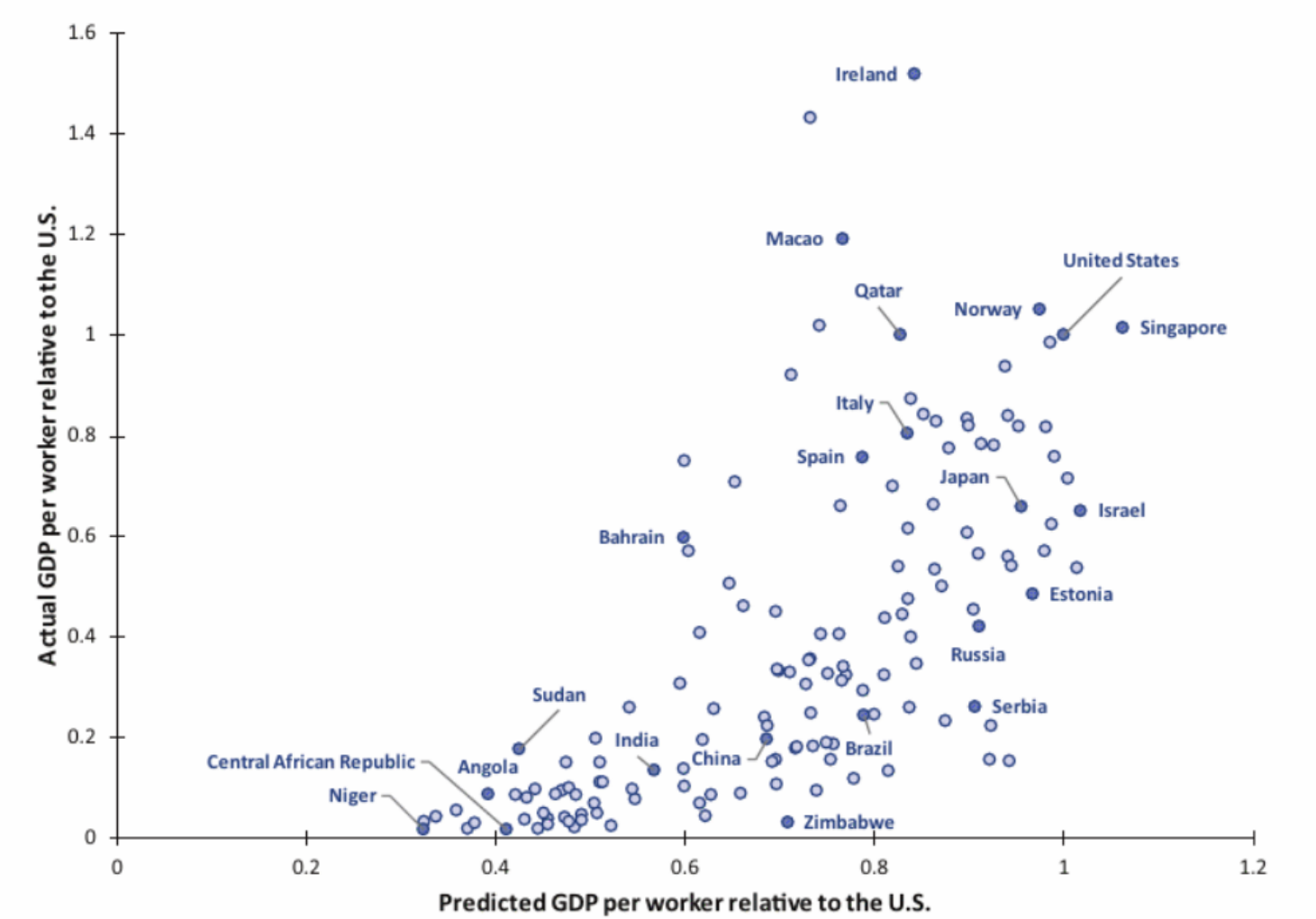
$$h_1 = e^{(0.134\times 4+0.101\times 4+0.068\times 4)} \approx 3.36 \quad (144)$$

$$h_2 = e^{(0.134\times 2)} \approx 1.31 \quad (145)$$

- Das Verhältnis der Pro-Kopf-Einkommen wird wie folgt vorhergesagt:

$$\frac{y_1^*}{y_2^*} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{e^{(0.134\times 4+0.101\times 4+0.068\times 4)}}{e^{(0.134\times 2)}} = e^{(0.134\times 2+0.101\times 4+0.068\times 4)} \approx 2.57$$

Prognostiziertes Einkommensverhältnis zu den USA basierend auf Humankapitalunterschieden



Das relative Pro-Kopf-Einkommen - Unterschiede in A, s, n und u

- Einige exogenen Variablen, die den ausgewogenen Wachstumspfad bestimmen, weisen über die Länder hinweg Unterschiede auf, die die Prognose des relativen Pro-Kopf-Einkommens beeinflussen.
- Meist wird angenommen, dass α, ψ, δ und g über die Länder hinweg konstant sind. A, s, n und u variieren.
- Wir definieren $\hat{y}_i^* = \frac{y_i^*}{y_{US}^*}$ als relatives Pro-Kopf-Einkommen des Landes i zu den USA auf dem ausgewogenen Wachstumspfad:

$$\hat{y}_i^* = \frac{A_i \cdot e^{\psi u_i} \left(\frac{s_i}{\delta + n_i + g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{A_{US} \cdot e^{\psi u_{US}} \left(\frac{s_{US}}{\delta + n_{US} + g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \tag{146}$$

$$= \frac{A_i}{A_{US}} \cdot e^{\psi(u_i - u_{US})} \left(\frac{s_i}{s_{US}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\delta + n_{US} + g}{\delta + n_i + g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{147}$$

Bedeutung der Technologie A

- Solows ursprüngliche Idee war, dass A über die Länder hinweg langfristig identisch sein sollte, da Länder durch Handel und Wissenstransfer die Technologie austauschen und teilen würden
- Genügen Unterschiede in s, n und u um Einkommensunterschiede zu erklären? Ein Beispiel: Indien und die USA unter der Annahme $A_{India} = A_{US}$
  - Durchschnittl. Sparquote (1960-2008): $s_{India} = 0.241$ und $s_{US} = 0.202$
  - Durchschnittl. Bevölkerungswachstumsrate (1960 - 2008): $n_{India} = 0.017$ und $n_{US} = 0.011$
  - Durchschnittl. Bildungsjahre: $u_{India} = 4.23$ und $u_{US} = 13.24$
  - Weitere Werte: $\alpha = \frac{1}{3}$, $\psi = 0.10$, $\delta + g = 0.075$

$$\hat{y}^*_{India} = e^{0.10 \cdot (4.23 - 13.24)} \left(\frac{0.241}{0.202}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{0.086}{0.092}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0.43 \qquad (148)$$

  - Unter der Annahme gleicher Technologien sollte Indien ein Pro-Kopf-Einkommen von 43% des Niveaus der USA haben - tatsächlich sind es aber nur ca. 10%.

Bedeutung der Technologie A

- Wir müssen also länderspezifische Unterschiede in A berücksichtigen. Das Problem: Wir können A nicht direkt messen!
- Aber: Wir kennen y_i und können mit Hilfe der Produktionsfunktion das implizite A_i ausrechnen (keine Steady-State-Annahme notwendig):

$$y_i = k_i^{\alpha}(A_i \cdot h_i)^{1-\alpha} \quad \Longleftrightarrow \quad A_i = \left(\frac{y_i}{k_i^{\alpha} h_i^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{149}$$

- A_i wird darin als **Solow-Residuum** bezeichnet: Es beinhaltet alles das, was y_i beeinflusst und nicht durch h_i und k_i abgedeckt wird.
- Empirisch arbeitet man oft mit dem relativen

$$\hat{A}_i = \frac{A_i}{A_{US}}. \tag{150}$$

Bestimmung des Solow-Residuums

Beispiel (alle Werte relativ zu einem Referenzland, z.B. den USA):

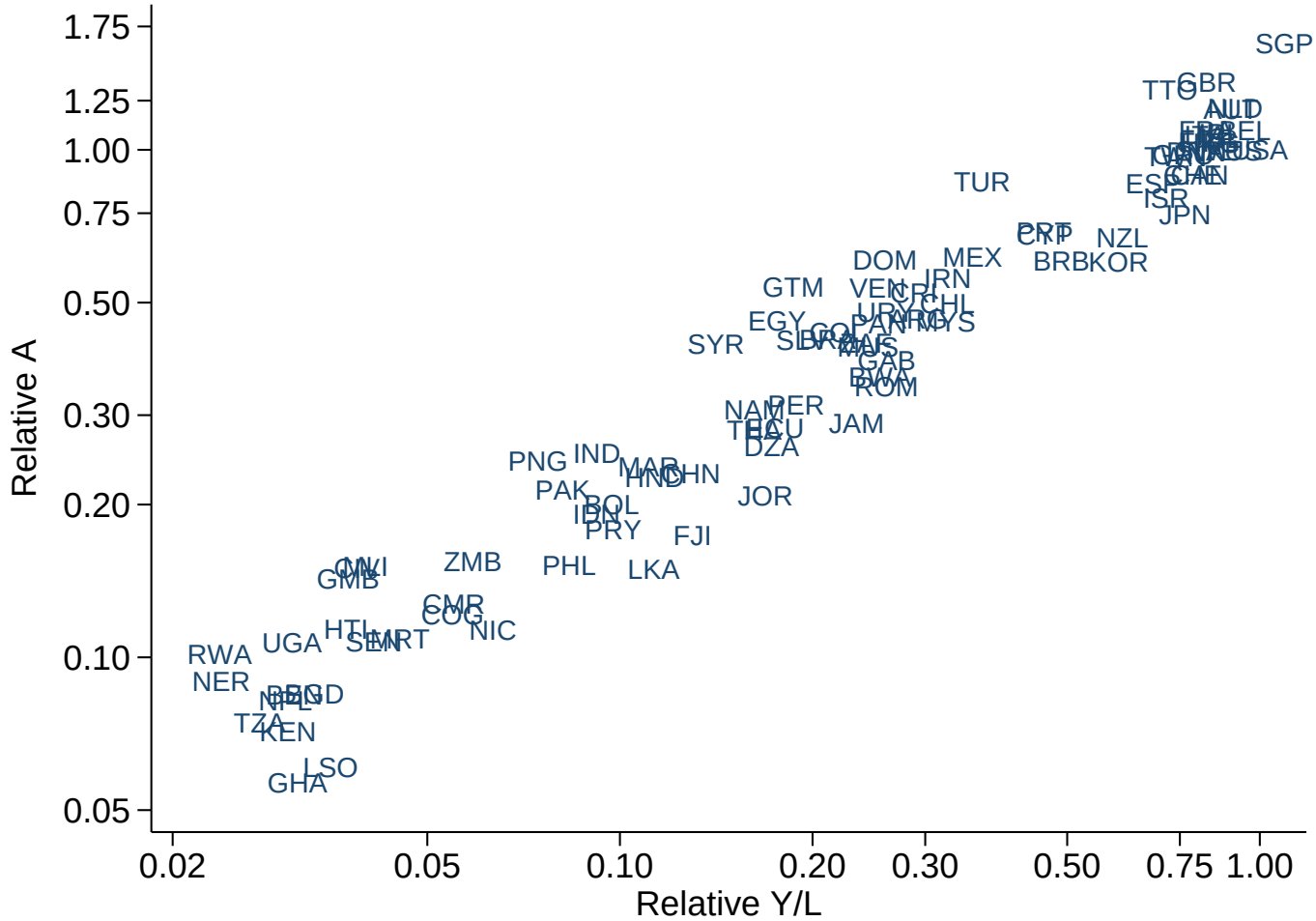
	$\hat{y}$	$\hat{k}$	$\hat{h}$
Country 1	0.94	0.92	0.91
Country 2	0.61	0.50	0.55
Country 3	0.06	0.20	0.35

Wie hoch ist das implizite relative Technologieniveau $\hat{A}_i$, das mit den relativen Inputs $\hat{k}$ und $\hat{h}$ zum beobachteten relativen Pro-Kopf-Output $\hat{y}$ führt? $(\alpha = \frac{1}{3})$

$$\hat{A} = \left(\frac{\hat{y}}{\hat{k}^{\alpha}\hat{h}^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \Longrightarrow \quad \hat{A}_1 = \left(\frac{0.94}{0.92^{\frac{1}{3}}0.91^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.04$$

$$\hat{A}_2 = \left(\frac{0.61}{0.50^{\frac{1}{3}}0.55^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.23; \quad \hat{A}_3 = \left(\frac{0.06}{0.20^{\frac{1}{3}}0.35^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0.09$$

Welches $\hat{A}$ bringt das vorhergesagte $\hat{y}$ mit dem tatsächlichen $\hat{y}$ in Einklang? (Jahr 2008)



Zusammenfassung zum Solow-Residuum

- Mit den unterschiedlichen relativen Technologieniveaus $\hat{A}$ allein lassen sich viele Unterschiede zwischen den Ländern erklären: $\hat{A}$ in ärmsten Ländern entspricht 5-10% des Wertes in den reichsten Ländern.
- Das Pro-Kopf-Einkommen der reichsten Länder ist ca. 40 Mal so hoch wie das der ärmsten $\Longrightarrow$ Ungefähre Zerlegung des Faktors 40
  - Einen Faktor 2 tragen Unterschiede in der Kapitalakkumulation (Sparquote) bei
  - Einen weiteren Faktor 2 tragen Unterschiede in der Humankapitalakkumulation (Bildung) bei
  - Der restliche Faktor 10 muss auf Unterschiede in der Technologie zurückzuführen sein
- $\hat{A}$ als Solow-Residuum subsumiert alles, was nicht durch die restlichen Faktoren erklärt werden kann ('Measure of our Ignorance'). Wie wir sehen werden, fließen dort auch soziokulturelle und politische Faktoren ein.

Wachstumsunterschiede und Konvergenz

Werden die Unterschiede im Pro-Kopf-Einkommen über die Zeit hinweg geringer? Was sagt das erweiterte Solow-Modell dazu?

- Wir haben die Wachstumsrate von y hergeleitet als $\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha \cdot \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$.
- Auf dem ausgewogenenen Wachstumstumspfad von y gilt $\frac{(\frac{\dot{Y}}{A \cdot L})}{\frac{Y}{A \cdot L}} = \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = 0$, somit $\frac{\dot{y}}{y} = g$. Das Pro-Kopf-Einkommenswachstum entspricht der Rate des technologischen Fortschritts.
- Wenn $\tilde{k}$ also noch nicht im Steady State ist, kommt Wachstum durch Kapitalakkumulation hinzu:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - (\delta + g + n) = s \cdot (\tilde{k})^{\alpha - 1} - (\delta + g + n) \tag{151}$$

Wachstumsunterschiede und Konvergenz

- $$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\left(\frac{Ah}{k}\right)^{1-\alpha} - (\delta + g + n) \tag{152}$$

  ist genau dann größer 0, wenn

  $$\frac{k}{Ah} = \tilde{k} < \left(\frac{s}{\delta + g + n}\right)^{1/(1-\alpha)}, \tag{153}$$

  der aktuelle Kapitalstock pro effektivem, gelernten Arbeiter $\tilde{k}$ also unter dem Steady State Niveau liegt.

- Somit sollten Länder, die den Steady State von $\tilde{k}$ noch nicht erreicht haben, schneller wachsen, weil sie sowohl durch technologischen Fortschritt als auch durch Kapitalakkumulation wachsen. Länder auf dem ausgewogenen Wachstumspfad wachsen nicht mehr durch Kapitalakkumulation, sondern nur durch technologischen Fortschritt.

Arten der Konvergenz: Beta-Konvergenz

Beta-Konvergenz bezeichnet eine negative Beziehung zwischen dem Pro-Kopf-Einkommen eines Landes und den anschließenden Wachstumsraten.

- Einfache Querschnittsregression auf **Unbedingte (Beta-) Konvergenz** (Unconditional (Beta-) Convergence):

$$log(y_{i,t}) - log(y_{i,t-1}) = \alpha + \beta \cdot y_{i,t-1} + u_{i,t} \tag{154}$$

  Unbedingte Beta-Konvergenz basiert auf der Annahme, dass alle Länder zum gleichen Steady State konvergieren. Empirische Ergebnisse deuten dagegen.

- Wenn jedes Land zu seinem eigenen Steady State konvergiert, spricht man von **Bedingter (Beta-) Konvergenz** (Conditional (Beta-) Convergence), wofür es einige empirische Ergebnisse gibt. Aber wie kann man Bedingte Beta-Konvergenz genau zeigen?

Nachweis von Bedingter Beta-Konvergenz

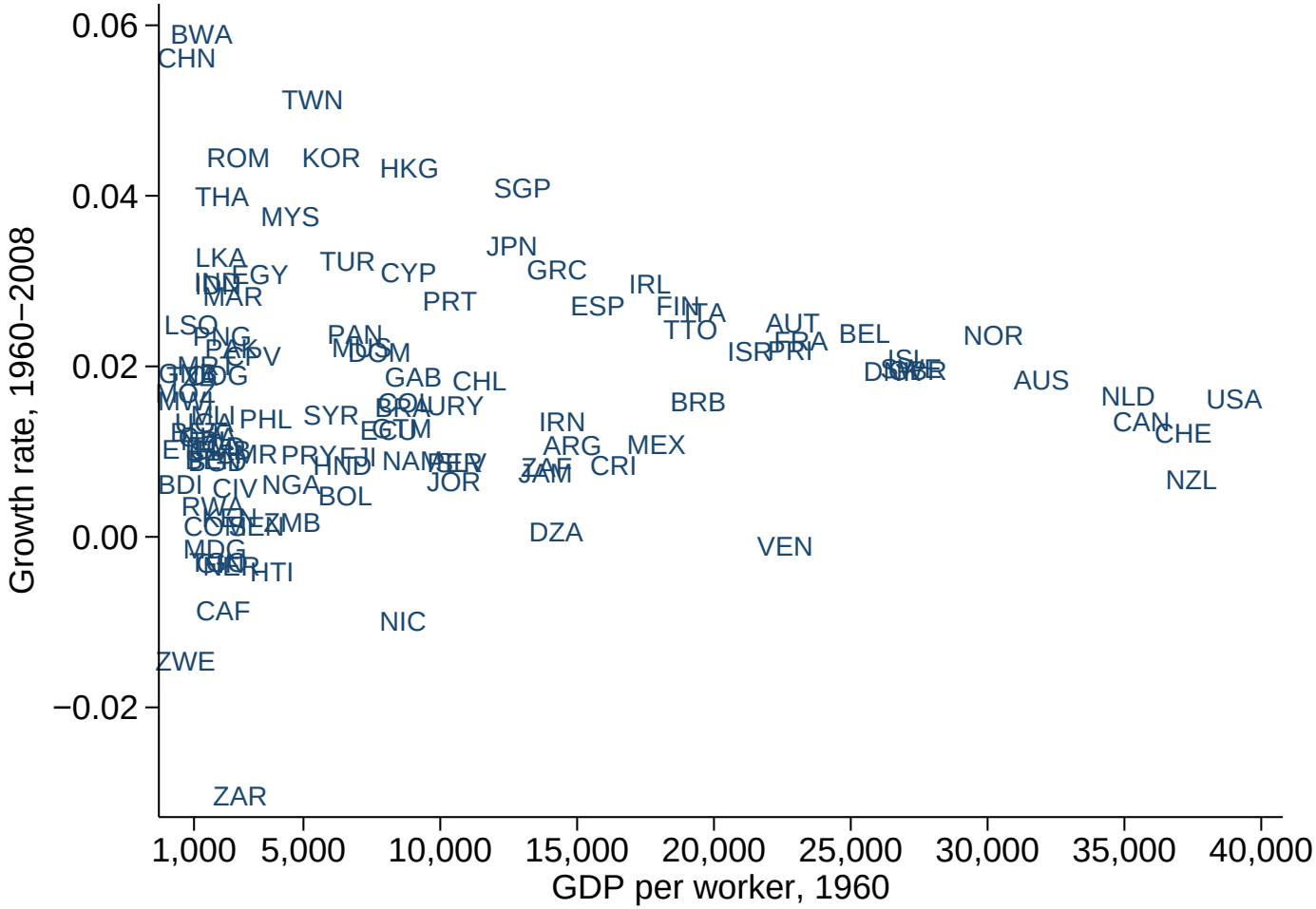
Der individuelle Steady-State der Länder muss dabei berücksichtigt werden. Verschiedene Möglichkeiten:

- Beschränkung des Datensatzes auf Länder mit ähnlichem Steady State, insbesondere ähnlichem A und h (z.B. OECD-Länder)
- Alternativ kann man in Studien mit weltweitem Datensatz die den Steady State bestimmenden Variablen (wie A und h) als Regressoren in (154) aufnehmen. Somit wird in der Regression für die unterschiedlichen Steady States kontrolliert.
- Wir können auch für jedes Land den individuellen Steady State laut Solow-Modell mit Humankapital nach Mincer ausrechnen:

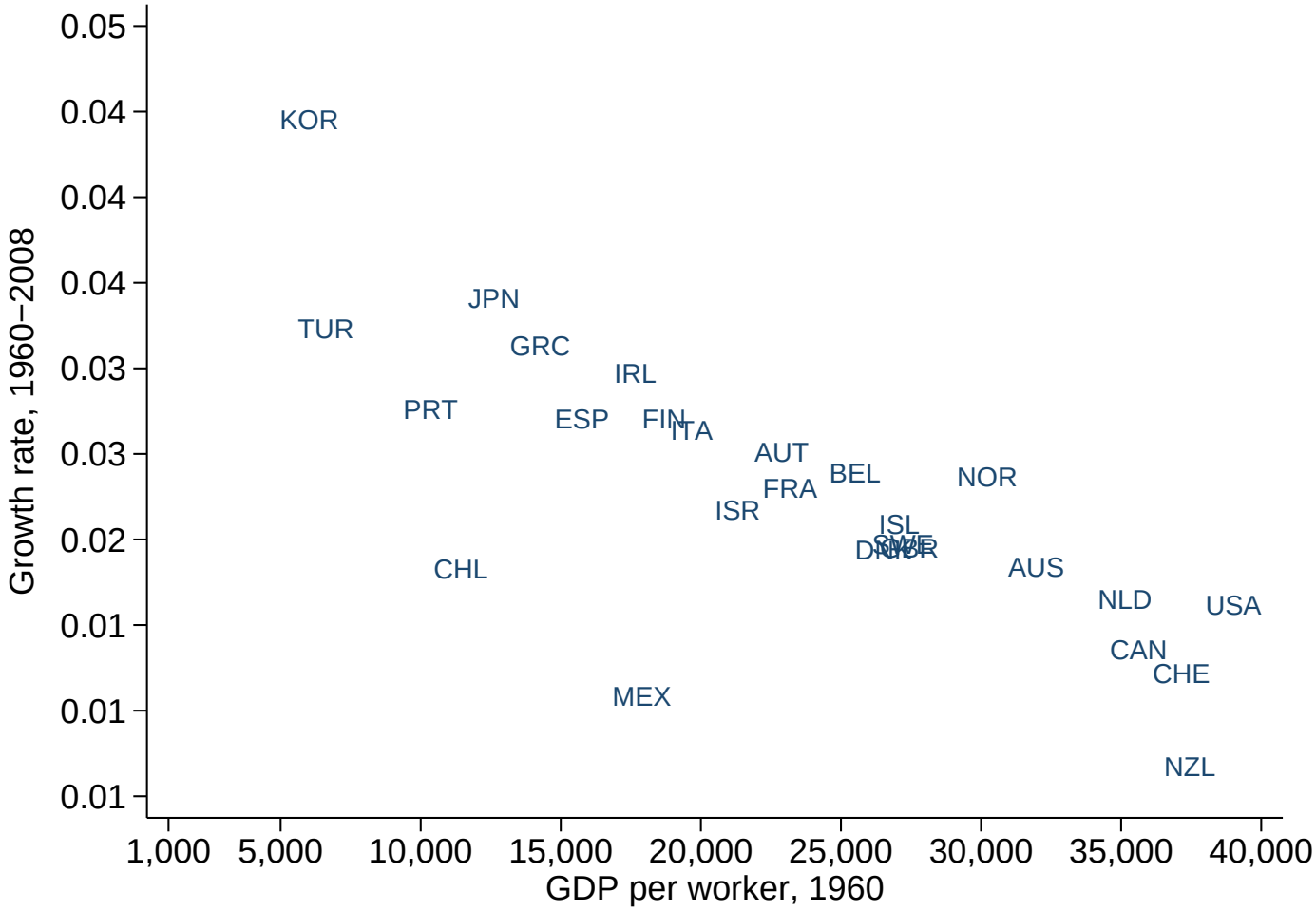
$$y_i^* = A_i h_i \left(\frac{s_i}{\delta + g + n_i} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{155}$$

Darauf basierend können wir berechnen wie weit jedes Land von seinem Steady State entfernt ist. Bedingte Beta-Konvergenz besagt, dass Länder mit größerer Entfernung von ihrem Steady State schneller wachsen sollten.

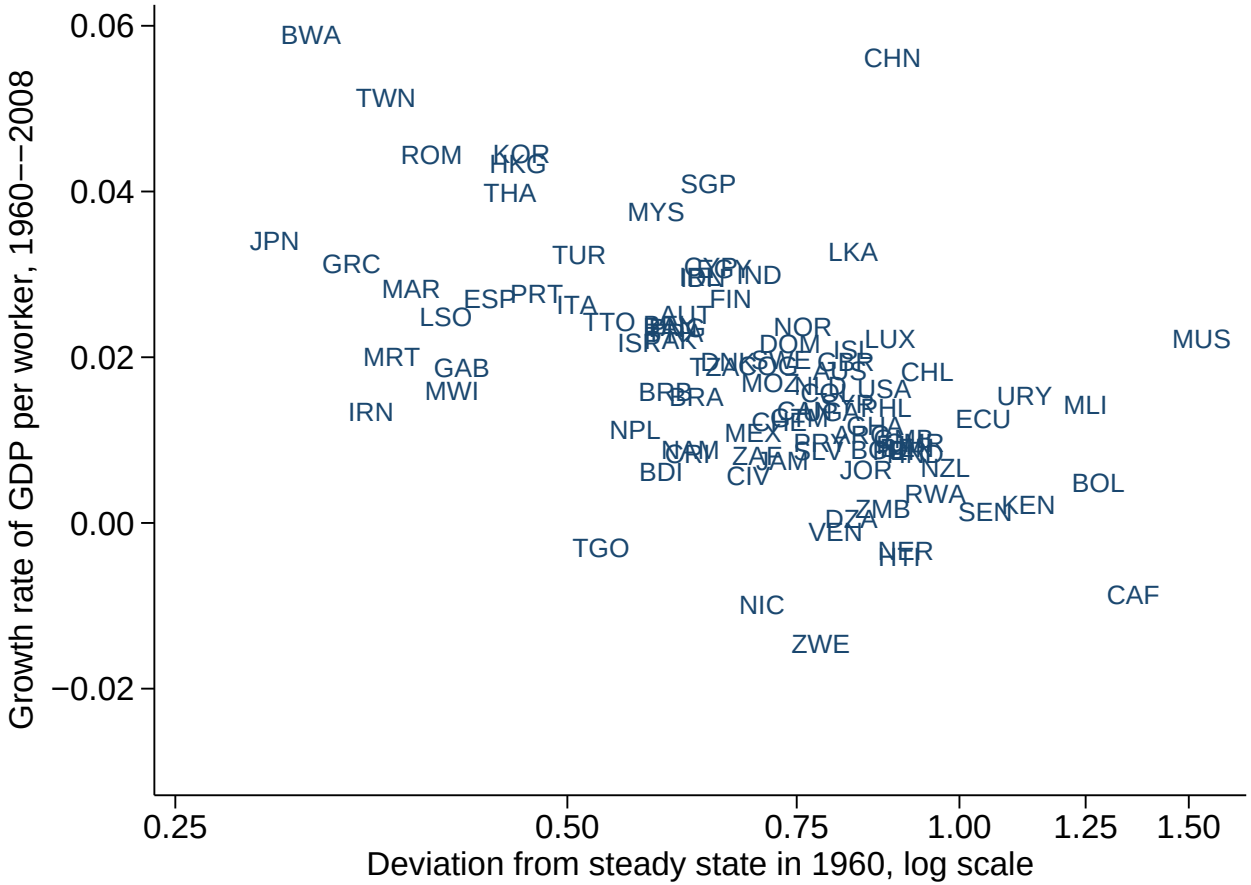
Keine Unbedingte Beta-Konvergenz im weltweiten Datensatz



Bedingte Beta-Konvergenz (OECD-Länder, ähnliche A und h und somit ähnlicher Steady State)

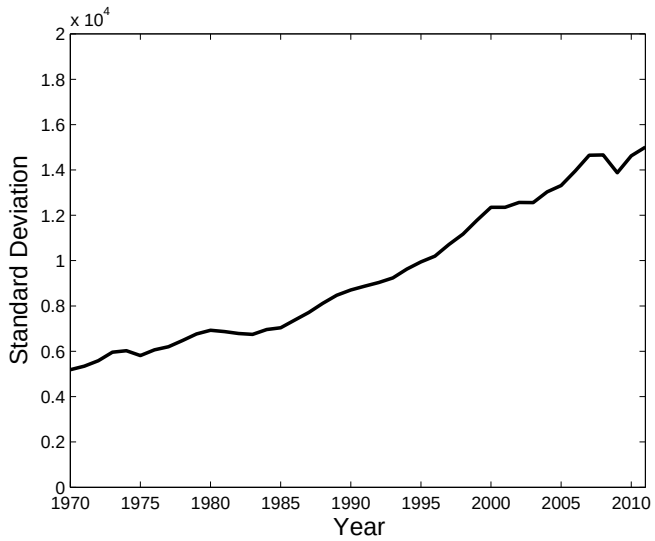


Bedingte Beta-Konvergenz weltweit: Ausgangslage im Jahr 1960 in Bezug auf den Steady State und anschließende jährliche Wachstumsraten



Weitere Konvergenzarten: Sigma-Konvergenz

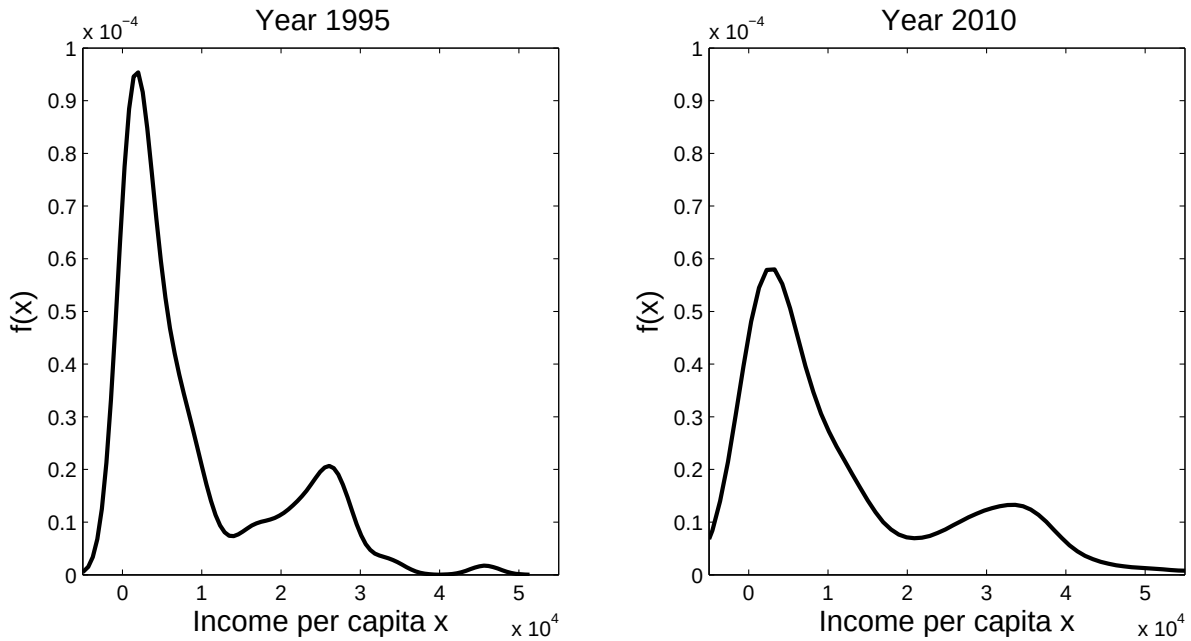
- **Sigma-Konvergenz** bezeichnet einen Rückgang der Varianz der Pro-Kopf-Einkommen der Länder über die Zeit hinweg.
- Empirische Untersuchungen zeigen aber, dass sich, zumindest im weltweiten Datensatz, die Varianz der Pro-Kopf-Einkommen erhöht hat.



Standardabweichung der Pro-Kopf-Einkommen im 123-Länder-Datensatz, Quelle: Krause (2017)

Weitere Konvergenzarten: Club-Konvergenz

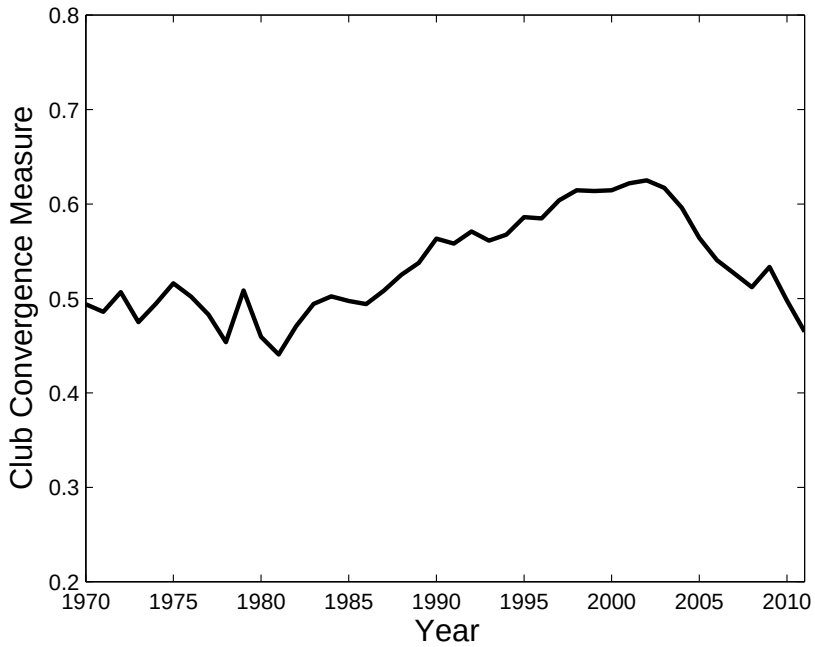
Die weltweite Dichtefunktion des Pro-Kopf-Einkommens der Länder zeigt eine anhaltende Bimodalität (Zweigipfligkeit) $\Longrightarrow$ Idee der **Club-Konvergenz** (Baumol, 1986, und Quah, 1993): Konvergenz nur innerhalb eines Klubs von ärmeren und eines Klubs von reicheren Ländern



Dichte der Pro-Kopf-Einkommen im 123-Länder-Datensatz, Quelle: Krause (2017)

Weitere Konvergenzarten: Club-Konvergenz

Messung von Club-Konvergenz (Krause, 2017) anhand der Ausprägung der Bimodalität: Club-Konvergenz war in den 1980er und 1990er Jahren recht stark, nimmt aber seit der Jahrtausendwende ab. $\Longrightarrow$ Weniger stark ausgeprägte 'Clubs', mehr Heterogenität in der Verteilung durch Middle-Income-Countries



Maß für Club-Konvergenz im 123-Länder-Datensatz, Quelle: Krause (2017)

Fazit zur Konvergenzdebatte

- Bedingte Beta-Konvergenz: Eher ja.
- Sigma-Konvergenz: Nein.
- Club-Konvergenz: In der 1980er/1990er Jahren eher ja, seitdem weniger.

Wie kommt das?

- Länder haben unterschiedliche Steady States, obwohl die Technologie Grenzen überschreitet.
- Bei der effizienten Nutzung der Technologie A spielen viele institutionelle, sozio-ökonomische und kulturelle Faktoren eine Rolle.
- Manche Länder geraten in eine Armutsfalle (Poverty Trap), die der Konvergenz entgegensteht.

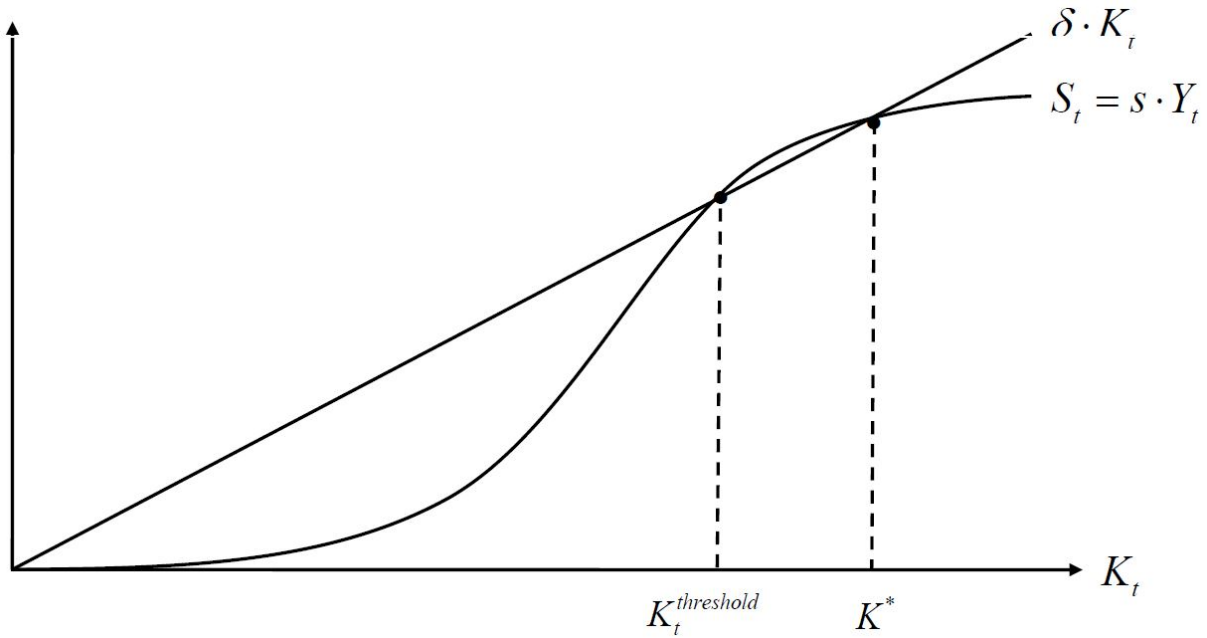
Nicht zu vergessen: Wir haben uns bisher nur das Pro-Kopf-Einkommen angeschaut und nicht wie das Einkommen im Land verteilt ist. $\Longrightarrow$ Konvergenz der Pro-Kopf-Einkommen der Länder vs. Konvergenz der Einkommen der Menschen der Welt (Block II)

Armutsfallen (Poverty Traps)

- Als **Armutsfalle (Poverty Traps)** wird ein selbstverstärkender Mechanismus bezeichnet, der dazu führt, dass ein Land auf einem niedrigen Entwicklungsniveau verbleibt und nicht weiter wächst. Wie kann es dazu kommen?
- Kraay und McKenzie (2014) fassen mögliche Ursachen für Armutsfallen zusammen:
  - Zu geringe Sparquoten sorgen für zu geringe Investitionen, so dass der Kapitalstock auf niedrigem Niveau bleibt
  - Durch Kreditbeschränkungen fehlt es an Mitteln für große Anfangsinvestitionen
  - Schlechte Gesundheitsversorgung führt dazu, dass die Arbeitskräfte nicht ihr volles Potential ausschöpfen können und weniger erwirtschaftet wird
- Modellierung von Armutsfallen durch eine komplexere Produktionsfunktion: Bei einer S-förmigen Produktionsfunktion gibt es anfänglich (auf niedrigem Kapitalniveau) steigende Grenzerträge

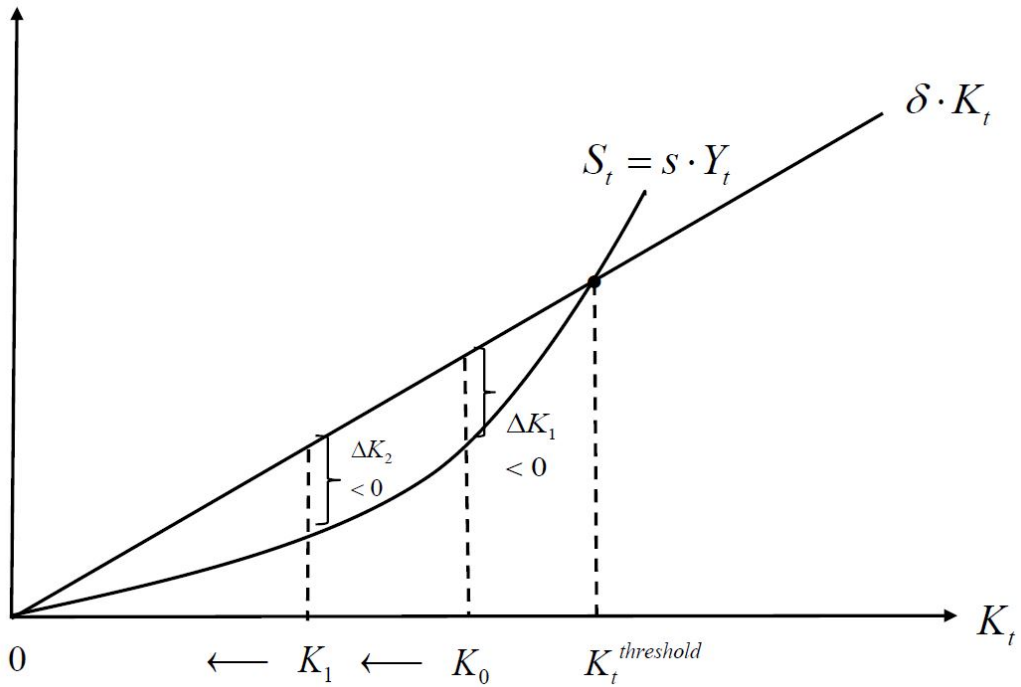
Armutsfallen (Poverty Traps)

- Stilisierte Darstellung einer S-förmigen Produktionsfunktion und der Abschreibungsgeraden (hier ohne Bevölkerungswachstum und technologischen Fortschritt)
- Liegt der anfängliche Kapitalstock K über $K^{threshold}$, befinden wir uns wie gewohnt in einem konkaven Abschnitt mit abnehmenden Grenzerträgen. $\Longrightarrow$ Konvergenz zum (hohen) Steady State K^*



Armutsfallen (Poverty Traps)

- Aber was passiert, wenn der anfängliche Kapitalstock K unter $K^{threshold}$ liegt? $\Longrightarrow$ Abwärtsspirale und schrumpfender Kapitalstock zum (niedrigen) Steady State $K^* = 0$. Das ist eine Armutsfalle.
- In einem solchen Fall wäre auch Entwicklungshilfe wirkungslos - außer sie ist so hoch, dass sie den Kapitalstock über $K^{threshold}$ bringt



Armutsfallen (Poverty Traps)

- Wie häufig kommen Armutsfallen vor?
- Kraay und McKenzie (2014) zeigen, dass es fast keine Länder gibt, deren Pro-Kopf-BIP seit den 1960er Jahren gar nicht gewachsen ist.
- Sie folgern, dass Poverty Traps zwar möglich sind, aber auf Länderebene selten vorkommen. Die Reduzierung von militärischen Auseinandersetzungen und die Einbindung in den internationalen Handel sowie Geld-/Kreditgeber können helfen.
- Häufiger treten Poverty Traps innerhalb von Ländern auf, z.B. geographisch bedingte Armutsfallen in schlecht zugänglichen ländlichen Gebieten.
- Auch kann es Armutsfallen für einzelne Bevölkerungsgruppen geben. $\Longrightarrow$ Diskussion von relativer Armut innerhalb eines Landes im Block Einkommensverteilung (Block II)

Wodurch entsteht Technologischer Fortschritt?

- Wir haben gesehen, dass die Technologie A im erweiterten Solow-Modell eine große Rolle spielt
  - Erklärung eines Großteils der Unterschiede im Pro-Kopf-Einkommen zwischen den Ländern
  - Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad wächst das Pro-Kopf-Einkommen mit der Rate g des technologischen Fortschritts
- g wird im Solow-Modell durch den Prozess

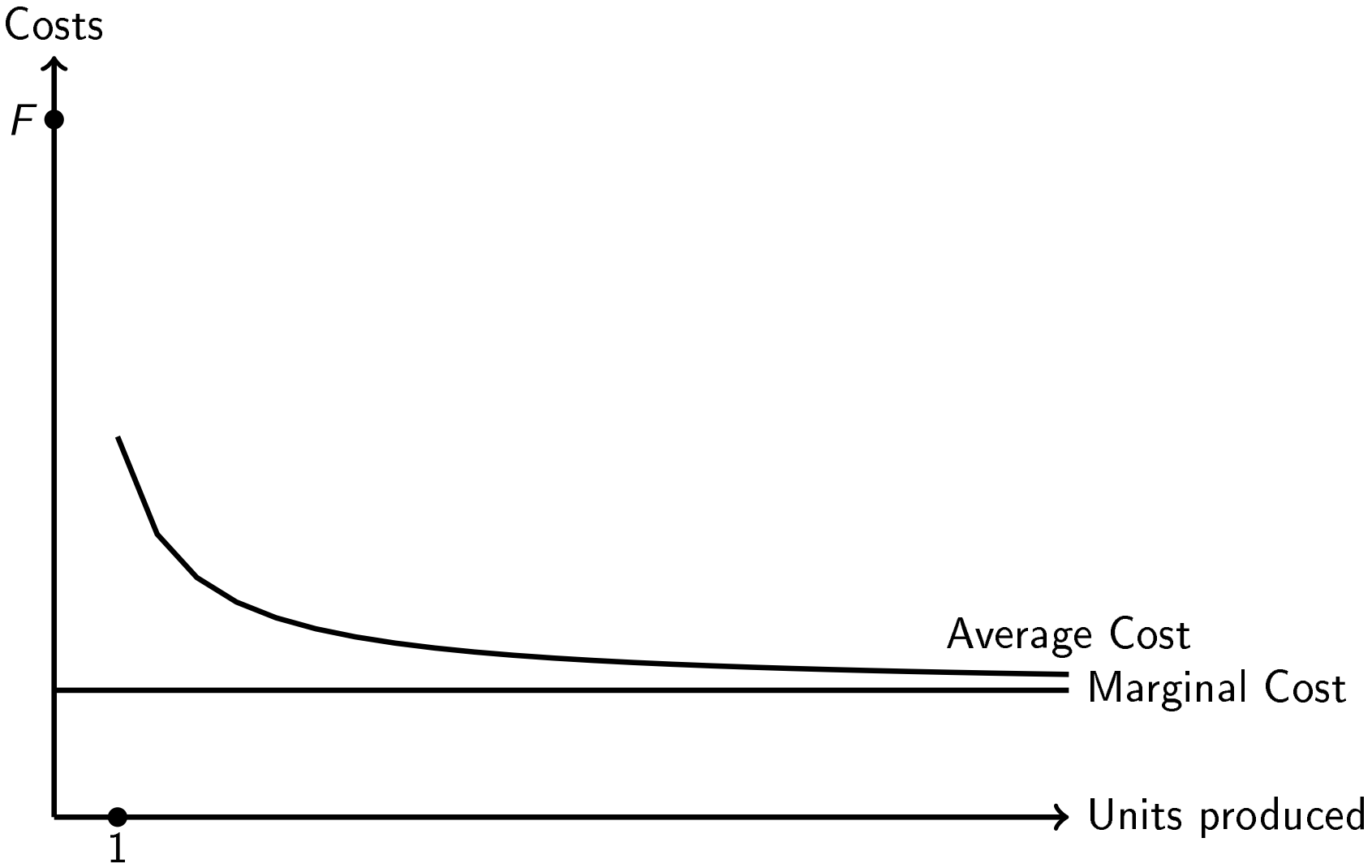
$$A(t) = A(0) \cdot e^{gt} \quad \text{so dass} \quad \frac{\dot{A}}{A} = g \tag{156}$$

  bestimmt und ist exogen gegeben.
- Aber was steckt dahinter? Wie entsteht technologischer Fortschritt? Die Antwort von Romer (1990): Durch **Ideen**!

Eigenschaften von Ideen

- Ideen sind **nicht-rival** (non-rivalrous). Viele Leute können gleichzeitig Gebrauch von der gleichen Idee, z.B. Differentialrechnung, machen.
- Ideen haben **hohe Fixkosten**: Die Differentialrechnung oder ein neues Medikament zu erfinden erfordert hohe Anfangsinvestitionen.
- Ideen haben sehr **geringe Grenzkosten**: Es kostet nichts, die Differentialrechnung regelmäßig zu gebrauchen (und nur sehr wenig, eine zusätzliche Tablette zu produzieren).
- Durch die Kombination von hohen Fixkosten und geringen Grenzkosten haben Ideen **steigende Skalenerträge**.
- Die Durchschnittskosten fallen mit der Anzahl der Benutzer der Idee, liegen aber immer über den Grenzkosten. $\Longrightarrow$ Bei einer Preissetzung zu Grenzkosten, d.h. im perfekten Wettbewerb, investiert niemand in neue Ideen.

Durchschnittskosten und Grenzkosten für neue Ideen

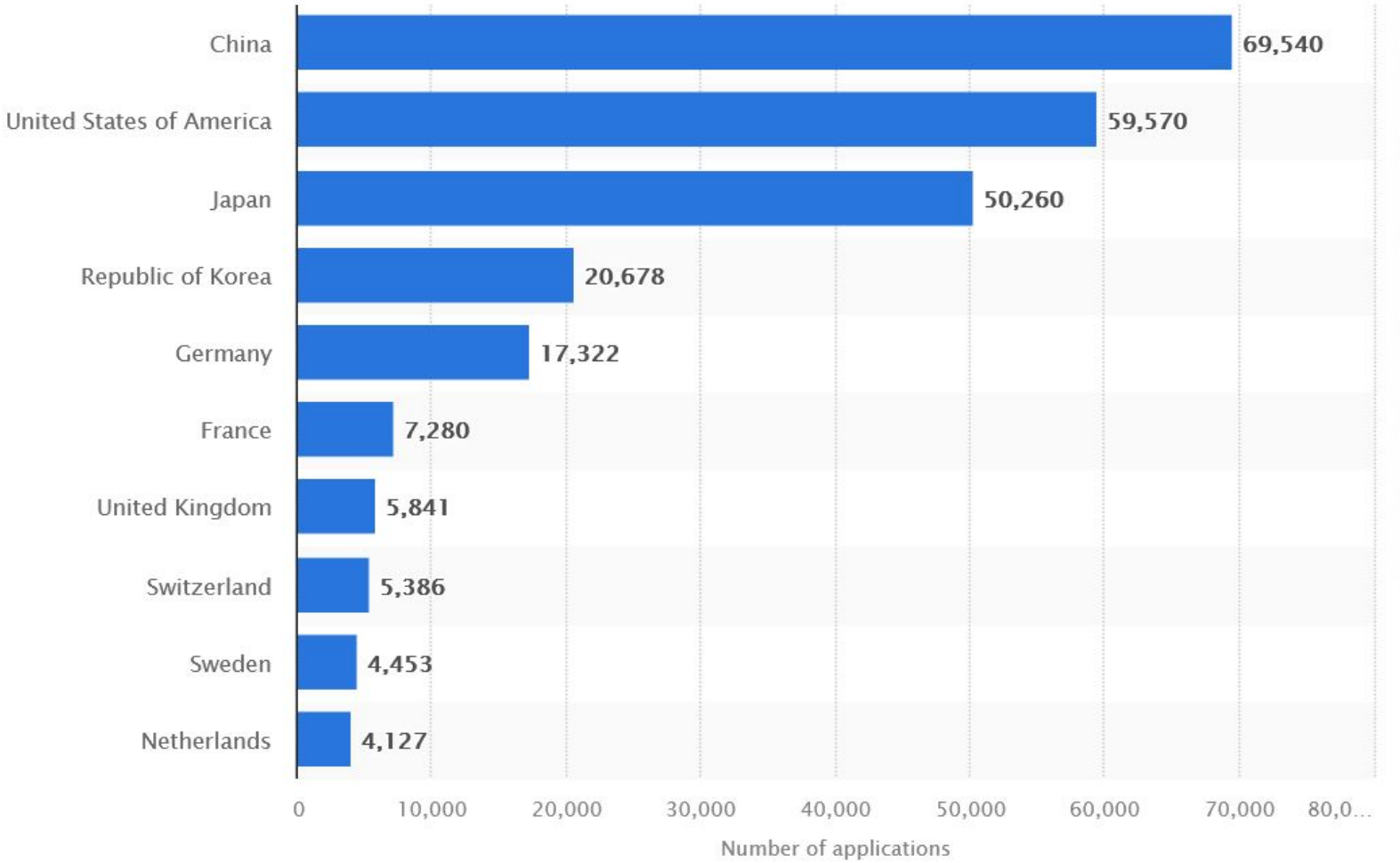


Einschränkung des freien Wettbewerbs

- Unternehmen, die Ideen (oder Ideen verkörpernde Produkte wie Medikamente oder iPhones) produzieren, müssen den Preis über den Grenzkosten setzen und machen somit einen Gewinn. Das steht im Widerspruch zum freien Wettbewerb des Solow-Modells.
- Mit dem Gewinn werden die Fixkosten ausgeglichen. Die Gewinne können nur durch Schutz der Ideen und (temporären) Ausschluss ihrer Nutzung (Patente!) aufrecht erhalten werden. Ohne diesen Schutz der Ideen wäre es nicht rational, die Anfangsinvestitionen für Forschung und Entwicklung auf sich zu nehmen.
- Technologischer Fortschritt und das langfristige Wachstum des Pro-Kopf-Einkommens beruhen somit auf Einschränkung des freien Wettbewerbs.
- Nobelpreisträger Douglass North: Die beginnende Institutionalisierung des Schutzes des geistigen Eigentums war einer der Treiber der industriellen Revolution vor 250 Jahren.

Länder mit den meisten internationalen Patentanmeldungen

Im Jahr 2021 wurden in China mehr bereits internationale Patente angemeldet als in den USA (Quelle: Statista).



Die Bedeutung der steigenden Skalenerträge

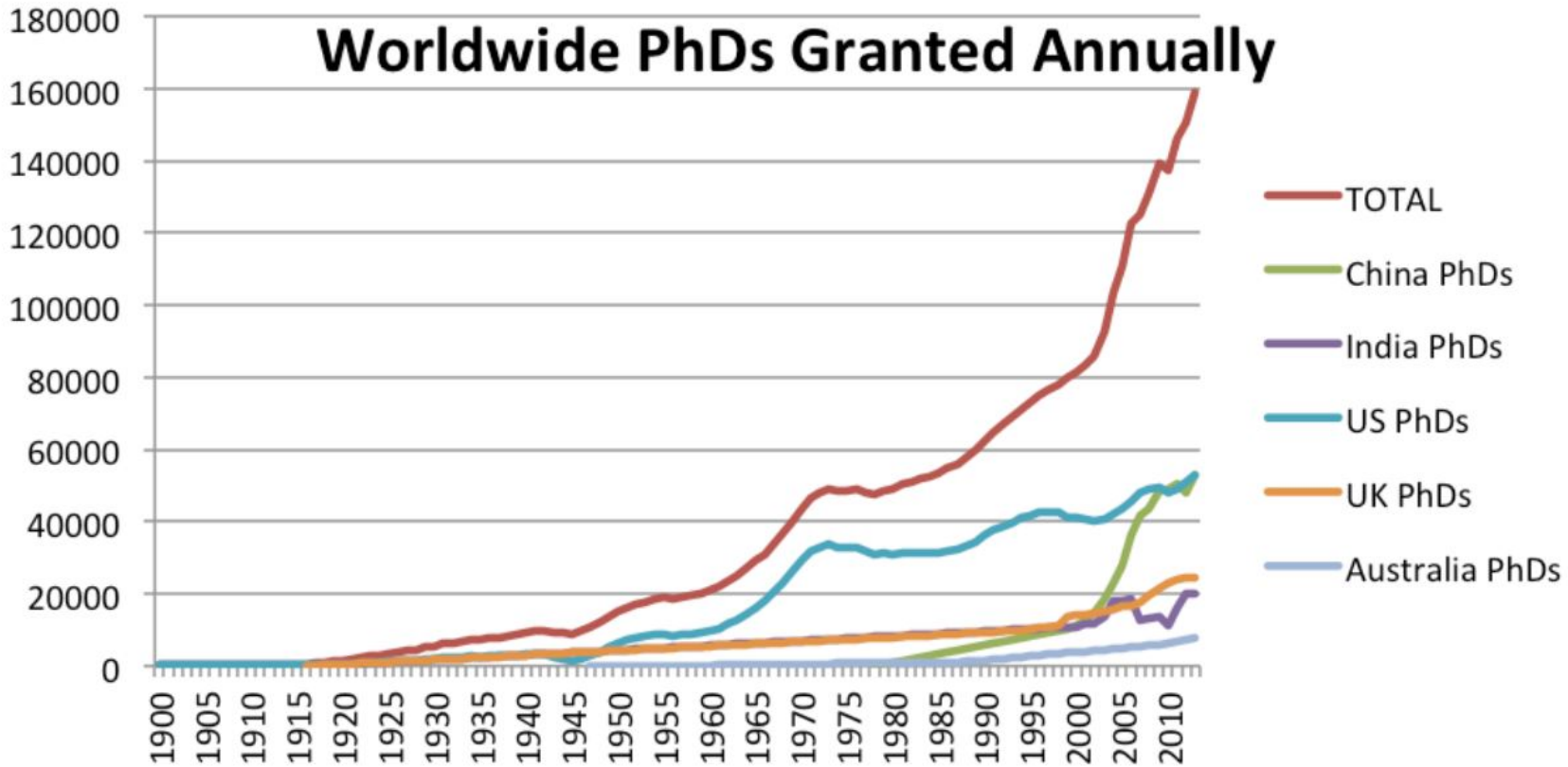
Auf die Generierung neuer Ideen hat eine große Bevölkerung einen positiven Einfluss (anders als bei der Berechnung des Pro-Kopf-Kapitals und des Pro-Kopf-Einkommens im Solow-Modell)

- In einer großen Bevölkerung gibt es mehr potentielle Erfinder, Denker und Forscher.
- Da Ideen nicht-rival sind, impliziert eine größere Bevölkerung nicht die Nutzung weniger Ideen für jeden. Alle können die Ideen gleichzeitig nutzen, anders als Kapital!
- Eine größere Bevölkerung bedeutet einen größeren Absatzmarkt und höhere Gewinne für Firmen, die folglich mehr in Forschung und Entwicklung investieren können.

Somit kann eine größere Bevölkerung einen positiven Beitrag zum technologischen Fortschritt liefern.

Anzahl der Wissenschaftler

Die Anzahl der Personen mit wissenschaftlicher Ausbildung ist in den letzten Jahrzehnten stark gestiegen.



Das Romer-Modell

Romer (1990) entwickelt basierend auf dem erweiterten Solow-Modell eine mikrofundierte Modellwirtschaft mit 3 Sektoren:

- Im Sektor mit Endprodukten herrscht perfekter Wettbewerb (wie bisher).
- Im Sektor mit Zwischenprodukten herrscht monopolistischer Wettbewerb.
- Es gibt einen Forschungssektor, der die Ideen für den Zwischenproduktssektor produziert.

Wir fokussieren uns im folgenden auf den Forschungssektor um zu verstehen, wie die Rate des technologischen Fortschritts g (und somit die langfristige Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens) zustande kommt.

Akkumulation neuer Ideen im Romer-Modell

- Die (Modell-)Bevölkerung besteht aus L_Y Arbeitern, die Output produzieren (End- und Zwischenprodukte) und L_A Forscher, die Ideen produzieren. Es gilt: $L_Y + L_A = L$.
- A ist das Technologieniveau, d.h. die aktuelle Ansammlung von Ideen.
- Wodurch verändert sich A? $\overline{\theta}$ ist die Rate, mit der jeder Forscher eine neue Idee entwickelt:

$$\dot{A} = \overline{\theta} L_A \tag{157}$$

- Während jeder Forscher die Entwicklungsrate neuer Ideen $\overline{\theta}$ für sich als gegeben ansieht, gilt jedoch für die ganze Wirtschaft: $\overline{\theta}$ ist abhängig von
  - der Anzahl der Forscher L_A
  - dem aktuellen Technologieniveau A
- Wir spezifizieren mit positivem Skalierungsfaktor θ sowie Parametern λ und ϕ:

$$\overline{\theta} = \theta L_A^{\lambda - 1} A^{\phi} \quad \Longrightarrow \quad \dot{A} = \theta L_A^{\lambda} A^{\phi} \tag{158}$$

Interpretation des Modellparameters λ

Wie interpretiert man λ in der Generierungsgleichung für neue Ideen?

$$\dot{A} = \theta L_A^{\lambda} A^{\phi} \tag{159}$$

Das Vorzeichen und die Größenordnung von λ bestimmen, wie sich eine Erhöhung der Anzahl der Forscher auf die Generierung neuer Ideen auswirkt:

$$\frac{\partial \dot{A}}{\partial L_A} = \theta \cdot \lambda \cdot L_A^{\lambda - 1} A^{\phi} \tag{160}$$

- $\lambda < 0 \Longrightarrow \frac{\partial \dot{A}}{\partial L_A} < 0$, d.h. zusätzliche Forscher sorgen dafür, dass insgesamt weniger Ideen generiert werden. Unrealistisch.
- Somit nehmen wir an: $\lambda > 0$. Aber welche Größenordnung?
  - $\lambda > 1$: Zusätzliche Forscher sorgen für eine überproportionale Steigerung an Ideen. Realistisch?
  - $0 < \lambda < 1$: Zusätzliche Forscher sorgen für mehr Ideen, aber nicht überproportional. Denn: Duplikationen/Behinderungen.

Interpretation des Modellparameters ϕ

Wie interpretiert man den Exponenten ϕ in der Generierungsgleichung für Ideen?

$$\dot{A} = \theta L_A^{\lambda} A^{\phi} \tag{161}$$

Das Vorzeichen und die Größenordnung von ϕ bestimmen, wie sich eine Erhöhung des bestehenden Technologieniveaus auf die Generierung neuer Ideen auswirkt:

$$\frac{\partial \dot{A}}{\partial A} = \theta \cdot L_A^{\lambda} \cdot \phi \cdot A^{\phi - 1} \tag{162}$$

- $\phi > 0 \Longrightarrow \frac{\partial \dot{A}}{\partial A} > 0$, d.h. je höher das Technologieniveau, desto mehr neue Ideen werden entdeckt ('standing on the shoulders of giants'). Höchstens mit $0 < \phi < 1$ realistisch.
- $\phi < 0 \Longrightarrow \frac{\partial \dot{A}}{\partial A} < 0$, d.h. je höher das Technologieniveau, desto weniger neue Ideen werden entdeckt ('fishing out', 'easy inventions already made')
- $\phi = 0 \Longrightarrow \frac{\partial \dot{A}}{\partial A} = 0$, d.h. wenn sich beide Effekte ausgleichen ist die Generierung neuer Ideen unabhängig vom Technologieniveau

Technologischer Fortschritt

Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad soll die Rate des technologischen Fortschritts (=Wachstum des Pro-Kopf-Einkommens) konstant sein:

$$g = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta L_A^{\lambda} A^{\phi}}{A} = \frac{\theta L_A^{\lambda}}{A^{1-\phi}} \tag{163}$$

Somit müssen Zähler und Nenner mit der gleichen Rate wachsen:

- Wachstumsrate von θL_A^{λ}:

$$\frac{\partial[log(\theta) + \lambda \cdot log(L_A)]}{\partial t} = \lambda \frac{\partial log(L_A)}{\partial t} \tag{164}$$

- Wachstumsrate von $A^{1-\phi}$:

$$\frac{\partial log(A^{1-\phi})}{\partial t} = (1-\phi)\frac{\partial log(A)}{\partial t} \tag{165}$$

-

$$\Longrightarrow \quad \lambda \frac{\dot{L}_A}{L_A} = (1-\phi)\frac{\dot{A}}{A} \tag{166}$$

Technologischer Fortschritt

$$\lambda \frac{\dot{L}_A}{L_A} = (1-\phi)\frac{\dot{A}}{A} \tag{167}$$

- Per Definition ist $\frac{\dot{A}}{A} = g$.
- Außerdem können wir langfristig $\frac{\dot{L}_A}{L_A} = n$ setzen, d.h. die Wachstumsrate der Anzahl der Forscher entspricht der Bevölkerungswachstumsrate. Denn anderenfalls würden Forscher ganz langfristig entweder aussterben oder die Gesamtbevölkerung stellen.

Somit gilt auf dem ausgewogenen Wachstumspfad:

$$\lambda \cdot n = (1-\phi)\cdot g \tag{168}$$

$$g = \frac{\lambda \cdot n}{1-\phi} \tag{169}$$

Technologischer Fortschritt

Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad gilt für die Rate des technologischen Fortschritts

$$g = \frac{\lambda \cdot n}{1 - \phi} \tag{170}$$

Die Rate des technologischen Fortschritts g hängt positiv vom Einflussfaktor λ der Forscheranzahl auf die Ideengenerierung sowie von der Bevölkerungswachstumsrate ab. Ebenfalls hängt g positiv vom Einflussfaktor ϕ des Technologieniveaus auf die Ideengenerierung ab.
Beispiele:

- $\lambda = 0.5;\ n = 0.02;\ \phi = 0.3 \Longrightarrow g = \frac{0.5 \cdot 0.02}{1-0.3} = 1.43\%$
- $\lambda = 0.9;\ n = 0.02;\ \phi = 0.3 \Longrightarrow g = \frac{0.9 \cdot 0.02}{1-0.3} = 2.57\%$
- $\lambda = 0.5;\ n = 0.02;\ \phi = \text{-}0.3 \Longrightarrow g = \frac{0.5 \cdot 0.02}{1+0.3} = 0.77\%$

Erhöhung des Anteils der Forscher

Für die folgende Analyse nehmen wir vereinfachend an:

- $\lambda = 1$, d.h. die Anzahl der Ideen steigt proportional mit der Forscherzahl.
- $\phi = 0$, d.h. die Anzahl der Ideen ist unabhängig vom Technologieniveau.
- Dann entspricht die Rate des technologischen Fortschritts auf dem ausgewogenen Wachstumspfad gleich dem Bevölkerungswachstum:

$$g = \frac{\lambda \cdot n}{1 - \phi} = n \tag{171}$$

- Was passiert nun, wenn es zu einem Schock kommt und die Anzahl der Forscher L_A plötzlich ansteigt (um mehr als das Bevölkerungswachstum)?
- s_R bezeichnet den Forscheranteil in der (Erwerbs-)Bevölkerung: $L_A = L - L_Y = s_R \cdot L$. Da wir durch den Schock nicht mehr auf dem ausgewogenen Wachstumspfad sind, greifen wir auf die allgemeine Generierungsgleichung für Ideen zurück:

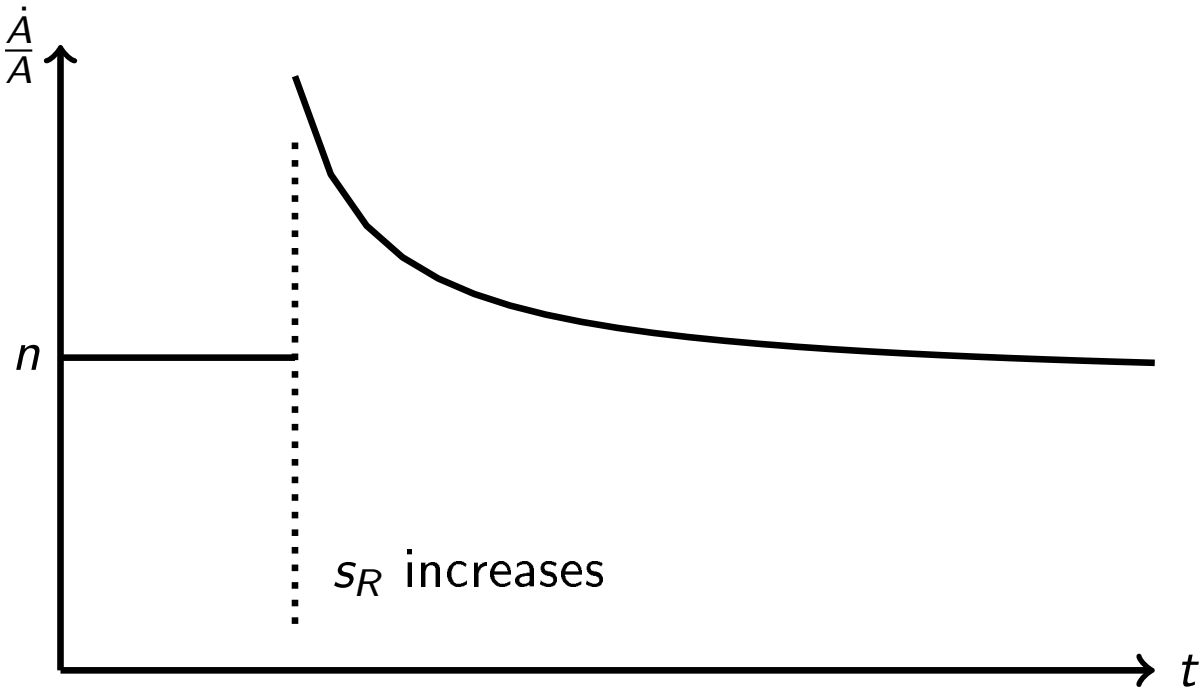
$$\dot{A} = \theta L_A^{\lambda} A^{\phi} = \theta L_A = \theta s_R L \tag{172}$$

Erhöhung des Anteils der Forscher

Rate des technologischen Fortschritts $g = \frac{\dot{A}}{A}$ nach Forscheranteil-Erhöhung:

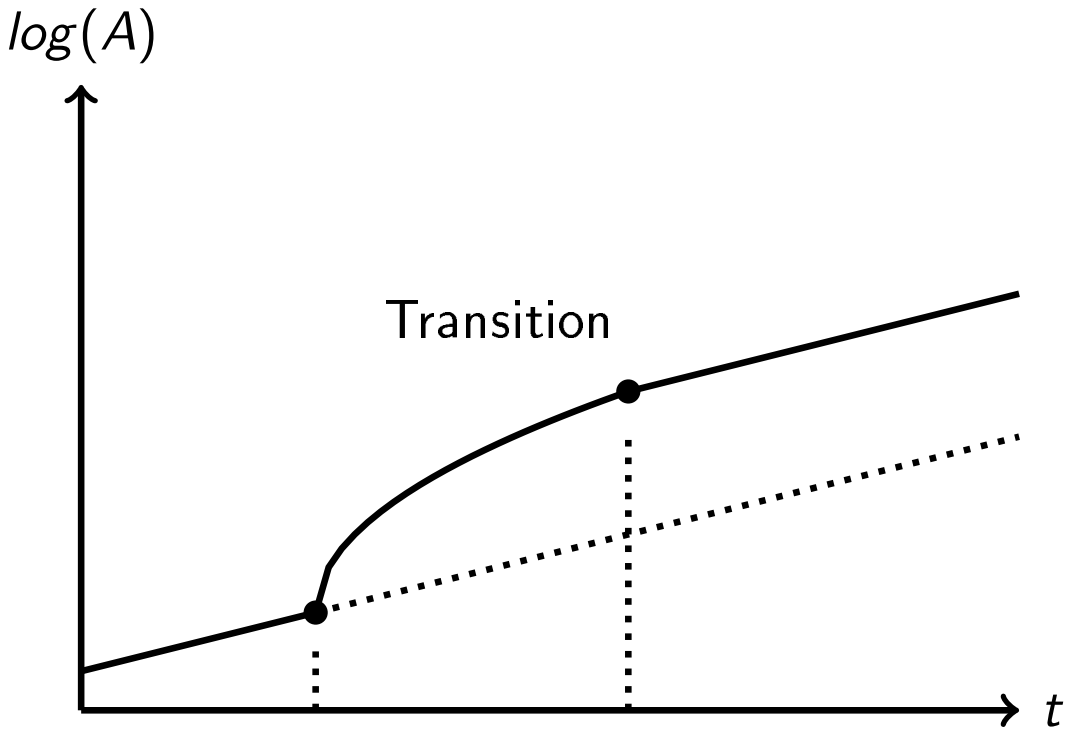
$$g = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta s_R L}{A} \tag{173}$$

Nach dem Anstieg des Forscheranteils wächst $s_R L$ temporär schneller als A, $\frac{\dot{A}}{A}$ übersteigt seinen langfristigen Wert von n:



Erhöhung des Anteils der Forscher

Somit wird durch den Anstieg des Forscheranteils schneller ein höheres Technologieniveau A erreicht. Langfristig wächst A auf dem ausgewogenen Wachstumspfad aber wieder mit der konstanten Rate $g = n$.



Erhöhung des Anteils der Forscher

Was bedeutet die Erhöhung des Forscheranteils s_R für das Pro-Kopf-Einkommen?

- Wenn mehr Leute forschen, produzieren weniger den Output Y, denn $L_Y = L - L_A = (1 - s_R) \cdot L$:

$$Y = K^{\alpha}(A \cdot L_Y)^{1-\alpha} = K^{\alpha}(A \cdot (1 - s_R) \cdot L)^{1-\alpha} \quad (174)$$

$$y = k^{\alpha}(A \cdot (1 - s_R))^{1-\alpha} \quad (175)$$

- Der Steady-State-Output eines effektiven Arbeiters im Solow-Modell

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \quad (176)$$

muss also nicht nur mit A, sondern mit $A \cdot (1 - s_R)$ multipliziert werden, um den Pro-Kopf-Output auf dem ausgewogenen Wachstumspfad zu erhalten.

Erhöhung des Anteils der Forscher

Pro-Kopf-Einkommen auf dem ausgewogenen Wachstumspfad:

$$y^* = A \cdot (1 - s_R) \cdot \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}} \tag{177}$$

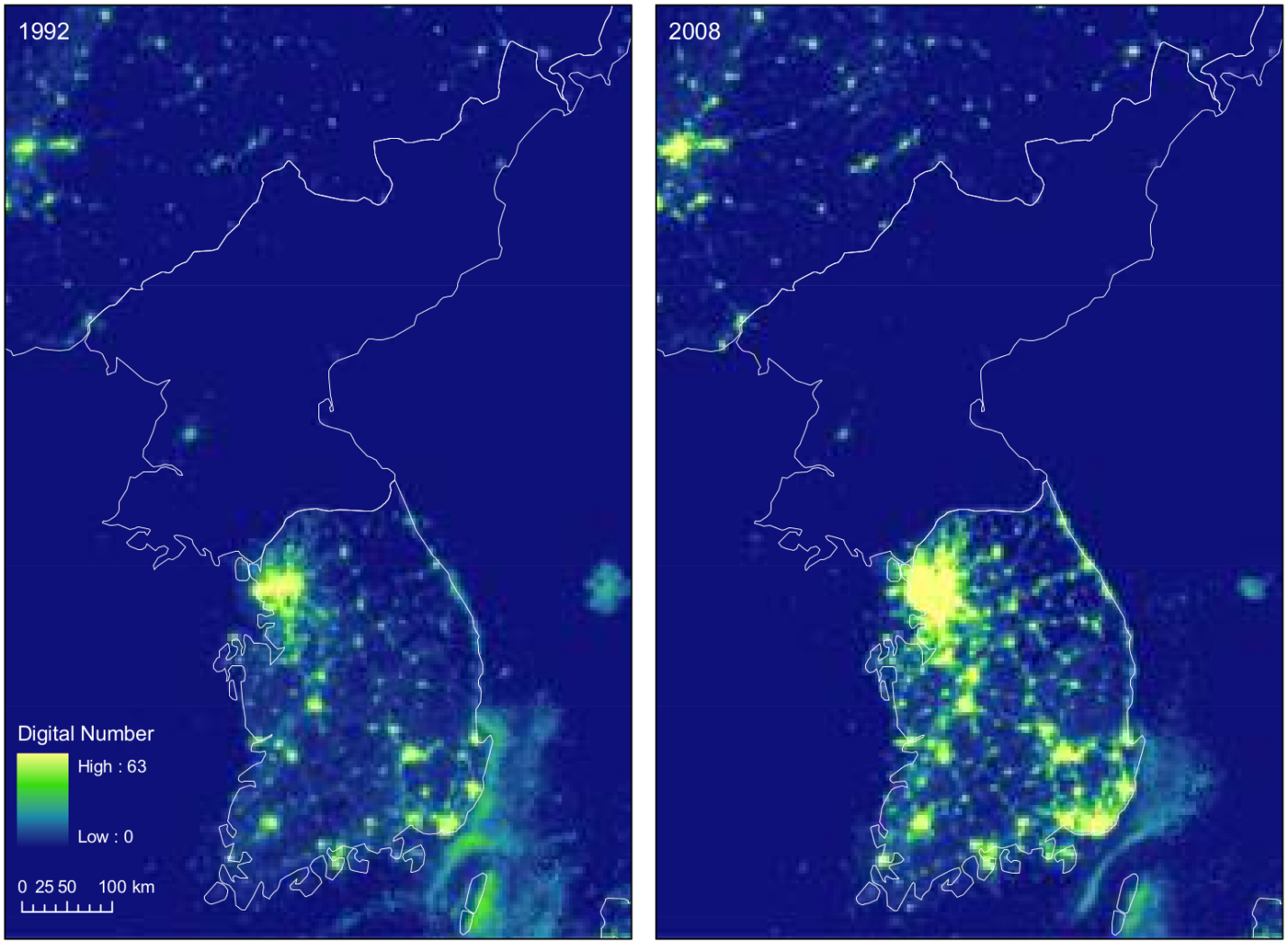
- Die Erhöhung des Forscheranteils s_R hat für einen Sprung in A gesorgt, durch Multiplikation mit $(1 - s_R)$ wird der Effekt auf das Pro-Kopf-Einkommen jedoch abgeschwächt.
- Es gibt ein soziales Optimum an Forschern, da zur Produktion des Outputs sowohl Technologie als auch physische Arbeit gebraucht wird.
- Auf dem ausgewogenen Wachstumspfad wächst der Pro-Kopf-Output weiterhin mit der konstanten Rate des technologischen Fortschritts g.

Die Nutzung der Technologie: Was ist Effizienz?

- Gegeben die große Bedeutung der Technologie zur Erklärung der Unterschiede des Pro-Kopf-Einkommens zwischen den Ländern versuchen wir noch einen weiteren Blick hinter die Kulissen zu werfen.
- Das Romer-Modell beschreibt den technologischen Fortschritt durch die Generierung neuer Ideen.
- Tatsächlich kann man Technologie A im bisher gebrauchten Sinne aber als Produkt zweier Faktoren verstehen: **Technologie T im engeren Sinne und Effizienz E in der Nutzung der Technologie**: $A = T \cdot E$
- Bsp: Warum hatte die Sowjetunion in den 1980er Jahren ein Pro-Kopf-Einkommen von 1/3 der USA, trotz höherem Kapitalstock? Das Technologieniveau T war nicht so weit entfernt (Militär, Raumfahrt). $\Longrightarrow$ Unterschiede in E
- Die Effizienz in der Nutzung der Technologie hängt oft von institutionellen, politischen und sozioökonomischen Faktoren ab.

Die Bedeutung politischer Institutionen für E

Extrembeispiel: Nord- und Südkorea bei Nacht

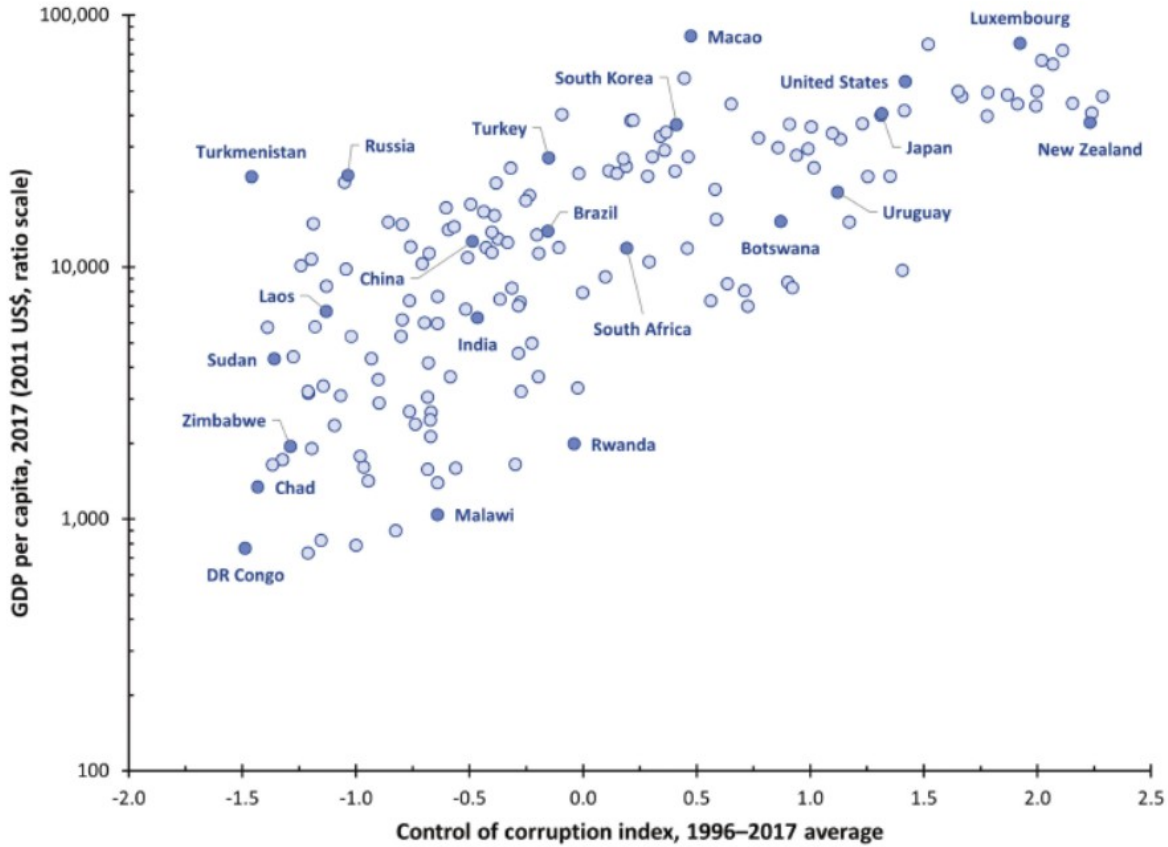


Die Bedeutung politischer Institutionen für E

- Institutionelle Systeme stellen die Spielregeln für wirtschaftliche Aktivitäten auf und setzen sie durch:
  - Eigentumsrechte, Vollstreckbarkeit von Ansprüchen und Verträgen
- 'Cost of Doing Business' Daten der Weltbank
  - In den USA braucht man 6 Tage um ein Unternehmen eintragen zu lassen - in Nigeria dagegen 34 Tage (und man muss verhältnismäßig höhere Zahlungen leisten).
- Welche Bedeutung haben Korruption, Rent-Seeking und andere Ineffizienzen für das Wirtschaftleben?
- Hall and Jones (1999) bilden ein Maß der 'Sozialen Infrastruktur' aus 6 Dimensionen (Daten der Weltbank)
  - 'Accountability of politicians', 'Political stability', 'Government effectiveness', 'Regulatory quality', 'Rule of law', 'Control of corruption'
  - Starke Korrelation ihres Indexes mit dem Pro-Kopf-Einkommen der Länder

Korruption und Vetternwirtschaft

- Ashraf und Weil (2025) zeigen, dass ein höherer Meßwert an Korruptionskontrolle und -bekämpfung mit einem höheren Pro-Kopf-Einkommen einhergeht.
- Schwierige Messung der Korruption, hier basierend auf Umfragen von Bürgern und internationalen Experten, Mittelwert der Länderwerte normiert auf 0



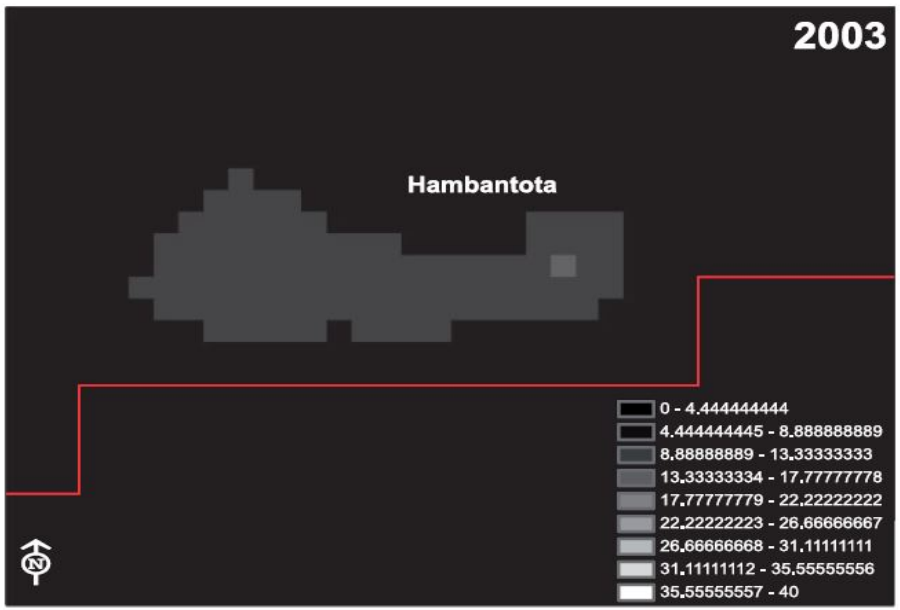
Vetternwirtschaft: Hodler und Raschky (2014)

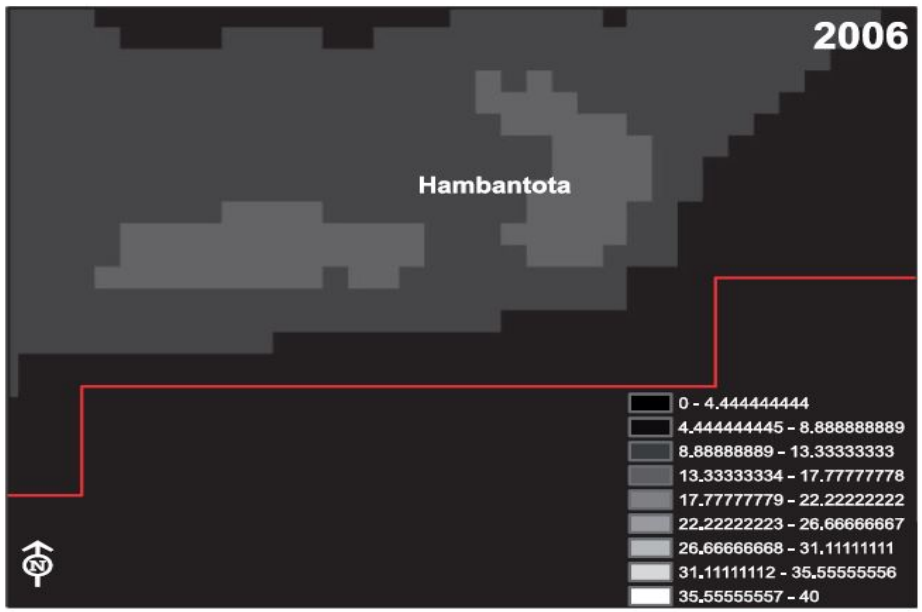
- Da Vetternwirtschaft nur schwer direkt zu messen und zu quantifizieren ist, verwenden Hodler und Raschky in ihrem Artikel 'Regional Favoritism' innovative Methoden und Daten
  - Forschungsfrage: Bevorzugen nationale Politiker ihre eigene Heimatregion bei der Verteilung von öffentlichen Geldern und Investitionen?
  - Betrachtung von 38427 Regionen in 126 Ländern, Zeitraum 1992-2009
  - Daten zu den Geburtsregionen der Regierungs-Chefs des Landes: $Leader_{ict}$ gibt als Indikator-Variable an, ob Region i in Land c die Geburtsregion des Regierungs-Chefs zum Zeitpunkt t war
  - Satellitendaten nächtlicher Lichter als Proxy für die lokale ökonomische Aktitivät in Region i in Land c zum Zeitpunkt t: $Light_{ict}$
  - Regressionsgleichung:

$$Light_{ict} = \alpha_i + \beta_{ct} + \gamma Leader_{ict-1} + \varepsilon_{ict}.$$

Vetternwirtschaft: Hodler und Raschky (2014)

- Beispiel Sri Lanka: Mahinda Rajapaksa aus Hambantota wurde 2004 Premierminister in Sri Lanka und 2005 Staatspräsident.
- Zwischen 2003 und 2006 stieg die Lichtintensität um 195% in der Hambantota-Region (im Vergleich zu 81% im Rest des Landes)





Vetternwirtschaft: Hodler und Raschky (2014)

- Regressionsgleichung (144) ergibt einen Koeffizient von $\gamma = 0.038$:
  - Die Lichtintensität in der Heimatregion steigt um durchschnittlich 3.8% mehr als in anderen Regionen.
  - Aus der Lichtliteratur ist bekannt: Ein Licht-Anstieg von 1% geht mit einem Einkommens-Anstieg von 0.3% einher. $\Longrightarrow$ In der Heimatregion des Regierungs-Chefs steigt das Einkommen um ca. 1.2% mehr als in anderen Regionen.
  - Der Effekt ist statistisch signifikant zum 99% Signifikanzniveau.
  - Die *Leader*-Variable wird mit einem Lag (einer Verzögerung) von einer Periode gemessen: Man geht von einer Verzögerung von der Wahl zum Regierungs-Chef bis zum Fluss von Mitteln in die Heimatregion, die anhand von erhöhter Lichtintensität sichtbar sind, aus. Bei einem Lag von 2 Perioden ist der Schätzkoeffizient ähnlich hoch.
  - Zusätzliche Regressionen: Der Effekt der regionalen Bevorteilung ist besonders groß in Ländern
    - ★ mit schwachen politischen Institutionen und Rechtssystemen
    - ★ mit geringer durchschnittlicher Bildung der Bevölkerung

Institutionen und Kolonialismus

- Wie sind Institutionen eigentlich entstanden?
- Viele der heute am schlechtesten regierten Länder der Welt sind frühere Kolonien europäischer Länder. Warum?
- Von Kolonialmächten eingesetzte Regierungen dienten oft dazu, Boden- und Agrarschätze zu fördern und zu exportieren, nicht dazu, eine nachhaltige Wirtschaft im Land aufzubauen und im Interesse der einheimischen Bevölkerung zu handeln
- Kolonialmächte zogen oft willkürliche Grenzen ($\Longrightarrow$ Ethnische Heterogenität) und wandten 'Divide and Rule' Taktiken an
- Nach Ende der Kolonialzeit wurden diese schwachen Institutionen oft von kleptokratischen Eliten übernommen

Institutionen und Siedler-Mortalität: Acemoglu et al (2001)

- Acemoglu, Johnson und Robinson (2001) greifen dieses Argument in 'The Colonial Origins of Comparative Development: An Empirical Investigation' auf:
- Haben sich europäische Siedler selbst in den Ländern niedergelassen oder wurden lediglich aus der Ferne verwaltete extraktive Institutionen errichtet?
- Kausalkette von historischer Siedler-Mortalität (insbesondere durch Malaria und Gelbfieber) zu heutigem Einkommensniveau:

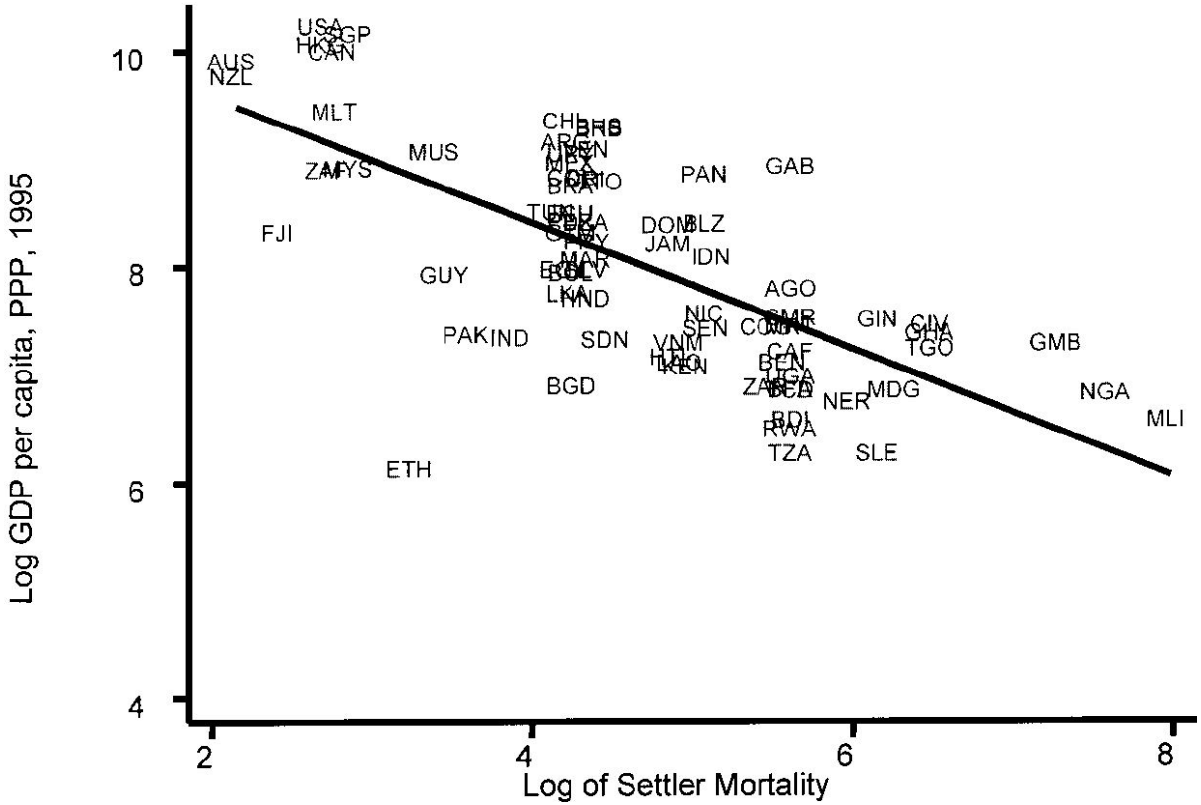
$$\text{(potential) settler mortality} \Rightarrow \text{settlements}$$

$$\Rightarrow \text{early institutions} \Rightarrow \text{current institutions}$$

$$\Rightarrow \text{current performance.}$$

Institutionen und Siedler-Mortalität: Acemoglu et al (2001)

- Die Länder, die die geringste Siedler-Mortalität aufweisen und sich somit besonders für Besiedlungen durch Europäer eigneten (USA, Kanada, Australien), weisen in modernen Zeiten ein viel höheres Pro-Kopf-BIP auf als Länder mit hoher Siedlermortalität



Institutionen und Siedler-Mortalität: Acemoglu et al (2001)

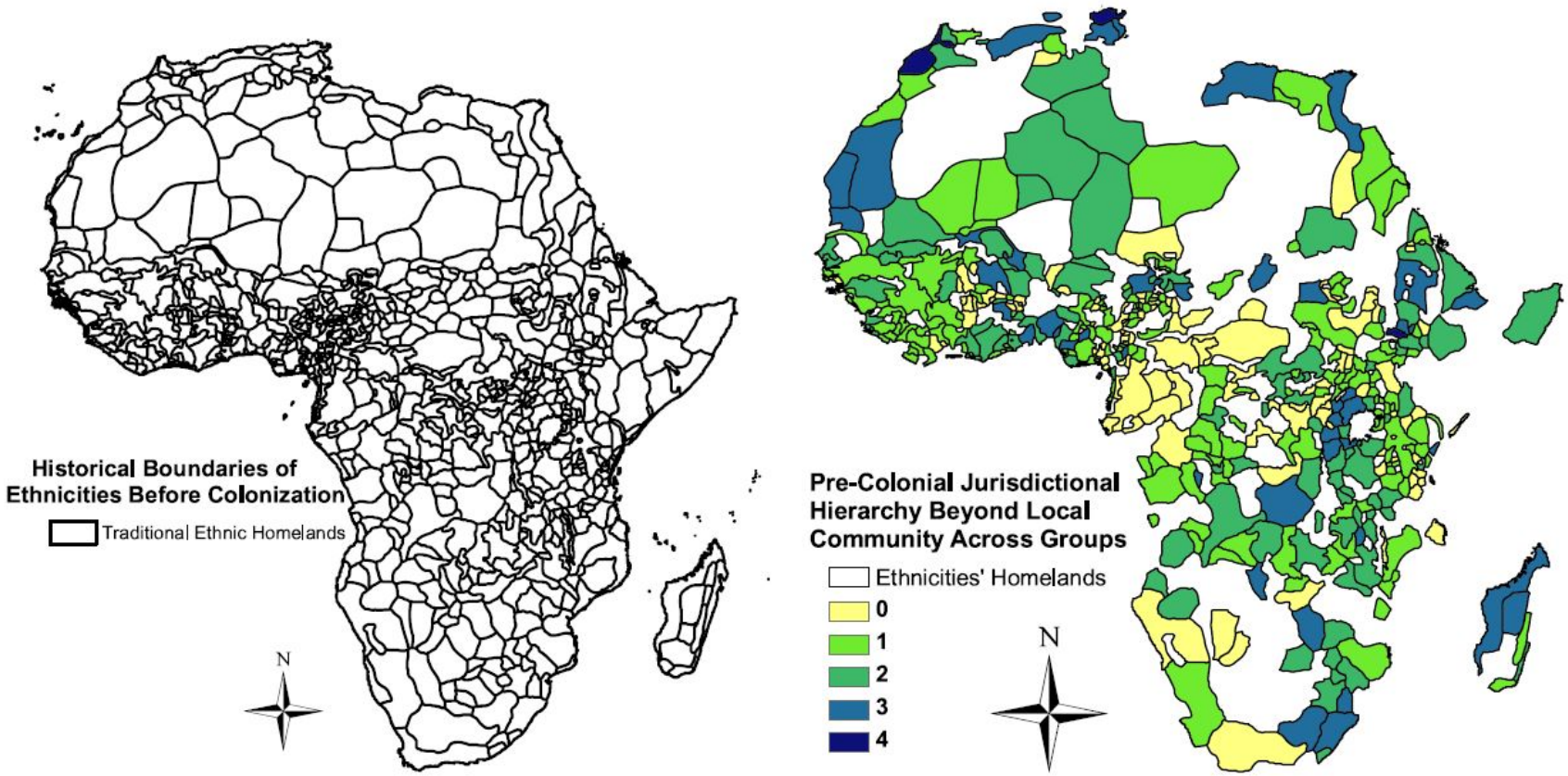
- Beispiel Australien (selbst als ehemalige Strafkolonie): Die Siedler forderten den Aufbau stabiler Institutionen mit Rechtssicherheit und Wahlen. *'Although the British government resisted at first, the settlers argued that they were British and deserved the same rights as in the home country'*
- Vergleich zu den Kolonialzeiten in Ländern mit mortalitätsbedingt wenigen Siedlern:
  - Institutionen in Lateinamerika dienten der Förderung von Gold und Bodenschätzen für den Export nach Europa: Merkantilistisches System von Monopolen und Handelsregulierungen ohne Berücksichtung der Belange der indigenen Bevölkerung
  - Britischer Sklaven- und Bodenschatz-Handel in Afrika: Gold Coast, Ivory Coast
  - Belgischer König Leopold über den Kongo: *'the colonies should be exploited, not by the operation of a market economy, but by state intervention and compulsory cultivation of cash crops'*

Institutionen und prä-koloniale Ursprünge

- Michalopoulos und Papaioannou (2013) zeigen, dass es allerdings auch schon vor der Kolonialzeit Unterschiede in der institutionellen Organisation afrikanischer Ethien gab, die zu heutigen Entwicklungsunterschiede beitragen
- Analyse nicht auf der Ebene von modernen Ländern, sondern 'Ethnic Homelands'
- Als Proxy für das Einkommensniveau der 'Ethnic Homelands' dient die Lichtintensität anhand von Satellitendaten nächtlicher Lichter
- Organisationsstruktur der Ethnien in prä-kolonialen Zeiten anhand ethnographischer Daten
  - Index von 0 (keinerlei zentralisierte politische Organisation) über 1 (einfache Stammestümer) und 2 (größere Stammestümer) zu 3 und 4 (Teile komplexerer Stammes-Zusammenschlüsse)

Institutionen und prä-koloniale Ursprünge

Ethnic Homelands (A) und ihre innere Organisation in prä-kolonialen Zeiten (B)



Institutionen und prä-koloniale Ursprünge

- Michalopoulos und Papaioannou (2013) zeigen, dass die heutige Lichtintensität in den Regionen höher ist, in denen es in prä-kolonialen Zeiten bereits zentralisierte und hierarchische politische Institutionen gab
  - Ein Pixel hat eine um 9% höhere Wahrscheinlichkeit beleuchtet zu sein, wenn er in ein 'Ethnic Homeland' mit zentralisierter prä-kolonialer Struktur fällt
  - Statistisch signifikanter Effekt zum 99% Konfidenz-Niveau
- Das gilt auch für Regionen/'Ethnic Homelands' innerhalb des gleichen modernen Staates bei gegebenen modernen Institutionen
- Die Autoren kontrollieren in ihren Regressionen für weitere Faktoren, die (über die weit gefasste Effizienz) das Einkommensniveau beeinflussen, z.B. geografische Faktoren wie die landwirtschaftliche Bodennutzbarkeit. Der Effekt der prä-kolonialer Struktur bleibt trotzdem bestehen.

Weitere Einflussfaktoren auf die Effizienz E

Geographische Faktoren

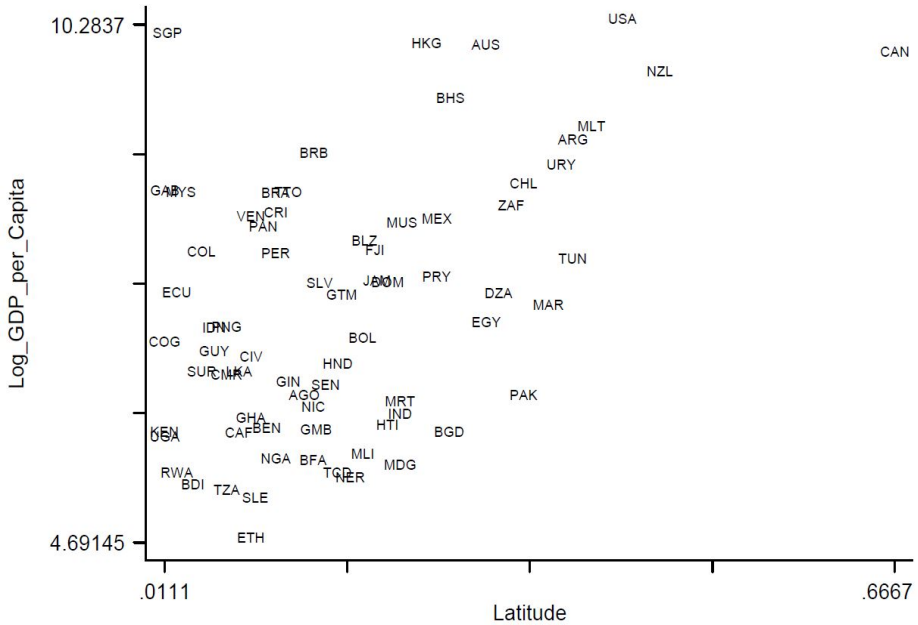
- Klimatische Bedingungen
  - Extremtemperaturen
  - Nähe zum Äquator
  - Landwirtschaftliche Bodennutzbarkeit
  - Vorherschende (tropische) Krankheiten
- Geographische Erreichbarkeit
  - Über natürliche Wege
    - ★ Unebenes Gelände, durch unpassierbare Gebirge verursachte Abgelegenheit
  - Über Wasser
    - ★ Entfernungen und Zugang zum Meer oder zu schiffbaren Flüssen

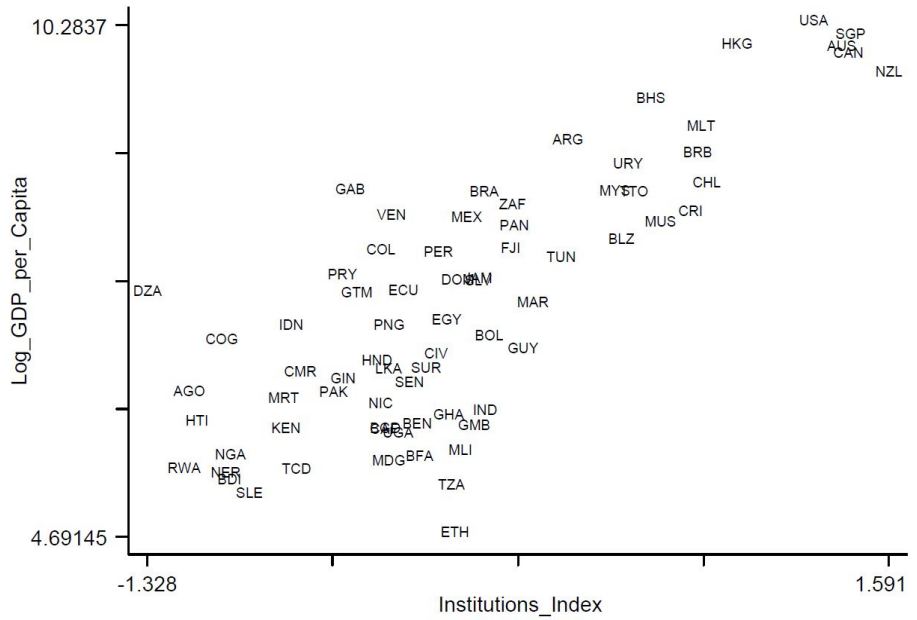
Geographische vs institutionelle Faktoren

- Wirken geographische Faktoren direkt auf die Effizienz oder nur indirekt durch ihren Einfluss auf die Institutionen?
  - *'Geography/Endowment Hypothesis'*: **Die geographischen Bedingungen beeinflussen die Produktionstechnologie/Effizienz auf direkte Art und Weise.**
    - ★ Landwirtschaftliche Erträge in gemäßigten vs heißen Klimazonen
    - ★ Weniger Handelsmöglichkeiten für Binnenländer
  - *'Institutions Hypothesis'*: **Der stärkste Einfluss von Geografie auf die Effizienz ist langfristig über Institutionen.**
    - ★ Länder mit viel landwirtschaftlicher Produktion in großen Plantagen entwickelten Institutionen mit Fokus auf die Großgrundbesitzer (vs einfache Arbeiter und ggfs Sklaven)
    - ★ Tropische Krankheiten beeinflussten Institutionen über die Siedler-Sterblichkeit-Wirkungskette von Acemoglu et al (2001)

Geographische vs institutionelle Faktoren

- In 'Tropics, Germs and Crops' untersuchen Easterly und Levine (2003) beide Hypothesen





Geographische vs institutionelle Faktoren

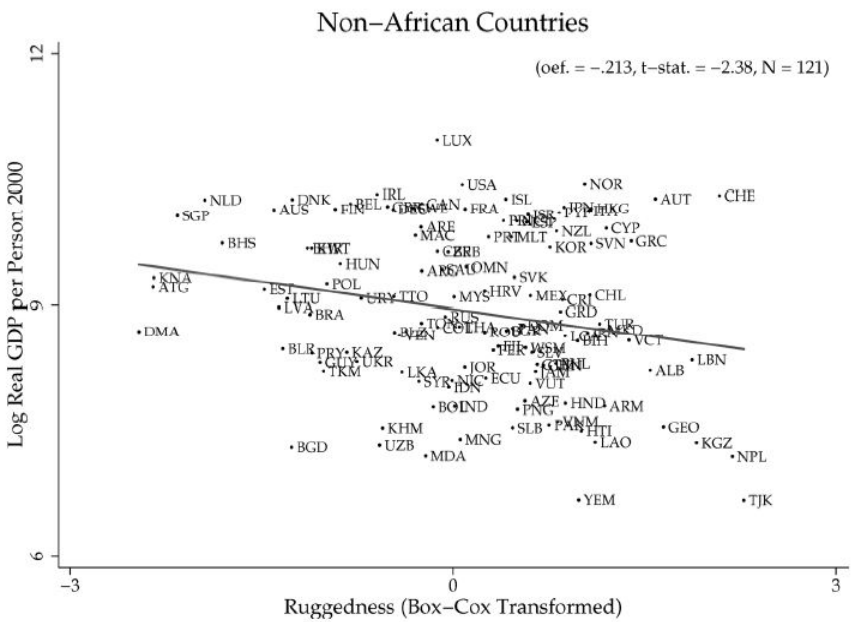
- Easterly und Levine (2003) führen verschiedene einzelne Regressionen durch:
  - Geographische Variablen können beitragen, die unterschiedlichen Pro-Kopf-Einkommen der Länder zu erklären.
  - Institutionelle Variablen können beitragen, die unterschiedlichen Pro-Kopf-Einkommen der Länder zu erklären.
  - Aber institutionelle Variablen können bereits durch geographische Variablen erklärt werden. Two Stage Least Squares Regression:

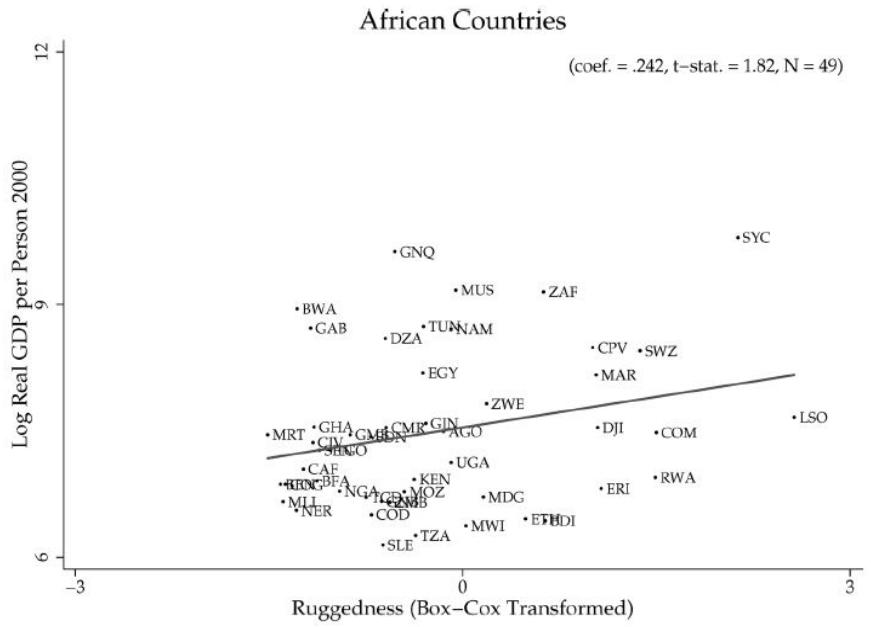
$$\text{Second Stage}: \ \text{Logarithm of GDP per capita} = \alpha[\text{Institutions Index}] + \beta X + u,$$
$$\text{First Stage}: \ \text{Institutions Index} = \delta[\text{Endowments}] + \gamma X + v.$$

- Abgesehen vom Effekt über die Institutionen findet sich kein signifikanter direkter Effekt der geographischen Variablen auf das Pro-Kopf-Einkommen.
  $\Longrightarrow$ Ergebnisse im Einklang mit der *'Institutions Hypothese'*.
  (Ändert sich das womöglich, wenn andere Variablen gewählt werden?)

Unerwartete Geographie-Effekte: Nunn und Puga (2012)

- Gelände-Unebenheiten (*Ruggedness*) sind aufgrund des schwierigeren Handels direkt oder indirekt mit niedrigen Einkommens-Niveaus assoziiert. Aber warum in Afrika nicht?





Unerwartete Geographie-Effekte: Nunn und Puga (2012)

- Unebenes, bergiges, zerklüftetes Gelände sorgte schon immer für weniger Handel...
- ... auch den Handel, der in Afrika jahrhundertelang wohlstandsmindernd war: Sklavenhandel
  - Nunn und Puga arbeiten mit Zahlen des afrikanischen Sklavenhandels von 1400 bis 1900
    - ★ Basierend auf Schiffseinträgen mit der Ethnizität der Sklaven
    - ★ 4 große Sklavenhandelsrouten: Atlantik, Indischer Ozean, Sahara, Rotes Meer
  - Hypothese: Aus Ländern/Regionen mit unebenem Gelände (hoher Ruggedness-Index) wurden weniger Sklaven exportiert wegen schlechterer Zugänglichkeit und mehr Schutz-/Flucht-Möglichkeiten. Dies führt noch heute zu einem höheren Einkommens-Niveau als in vergleichbaren Ländern/Regionen mit flacherem Gelände und mehr Sklaven-Exporten.

Unerwartete Geographie-Effekte: Nunn und Puga (2012)

	Dependent Variable: Log Real GDP per Person, 2000				Dependent Variable: Slave Export Intensity		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Slave export intensity	−0.203	−0.222	−0.206	−0.214			
	(0.037)***	(0.035)***	(0.036)***	(0.034)***			
Ruggedness	−0.203	−0.169	−0.231	−0.220	−1.330	−1.326	−0.989
	(0.093)**	(0.077)**	(0.077)***	(0.066)***	(0.262)***	(0.274)***	(0.358)***
Ruggedness × I^{Africa}	0.124		0.047				
	(0.152)		(0.143)				
I^{Africa}	−0.819	−0.591	−0.825	−0.728			
	(0.317)***	(0.222)***	(0.356)**	(0.354)**			

- Auch unter der Berücksichtigung verschiedener Kontrollvariablen (verschiedene Spalten) zeigt sich:
  - Historischer Sklaven-Export hat einen negativen Effekt auf das heutige Pro-Kopf-Einkommen.
  - Wenn für den Sklaven-Export kontrolliert wird, hat die Gelände-Unebenheit überall einen negativen Effekt auf das heutige Pro-Kopf-Einkommen (auch in Afrika, Afrika-Interaktionseffekt nicht signifikant). Spalten 5-7 bestätigen: Die Gelände-Unebenheit hatte einen negativen Effekt auf den Sklaven-Export.

Weitere Einflussfaktoren auf die Effizienz E

- **Kulturelle Faktoren**
  - Arbeitsethik (Versuch der Messung durch die World Values Survey)
  - Vertrauen ('Can most people be trusted?')
  - Bedeutung sozialer Interaktionen und Netzwerke
- **Ethnische und linguistische Heterogenität in einem Land**
  - Diversität kann zu mehr Kreativität und Innovation führen, wenn sich die Fähigkeiten komplementieren
  - Aber: Probleme der Kommunikation und gemeinsamen Entscheidungsfindung, wenn unterschiedliche Präferenzen
  - Teils langwierige Konflikte um öffentliche Güter in Vielvölkerstaaten, die mit Vetternwirtschaft und regionaler Begünstigung einhergehen
  - Tendentiell haben ethnisch und linguistisch heterogene Länder eher ein niedriges Pro-Kopf-Einkommen als homogene Staaten
- Wie die institutionellen, geographischen und sozio-kulturellen Komponenten der weit gefassten Effizienz das Einkommensniveau beeinflussen, ist ein aktuelles Forschungsthema

Fazit zum Block 'Wirtschaftswachstum'

- Auf dem **ausgewogenen Wachstumspfad** wächst das Pro-Kopf-Einkommen mit der Rate des technologischen Fortschritts.
- Länder, die (noch) nicht auf dem ausgewogenen Wachstumspfad sind, können zusätzlich durch **Kapitalakkumulation** wachsen.
- Ein höheres **Humankapital** führt zu einem höheren Niveau des Pro-Kopf-Einkommens auf dem ausgewogenen Wachstumspfad, die Wachstumsrate bleibt unverändert.
- Technologischer Fortschritt kann durch die Generierung neuer **Ideen** modelliert werden; dazu muss die Anzahl der Forscher langfristig mit dem Bevölkerungswachstum wachsen.
- Ein Großteil der Pro-Kopf-Einkommensunterschiede zwischen den Ländern wird durch unterschiedliche **Technologieniveaus** erklärt. Technologie ist das Produkt aus Technologie im engeren Sinne und Effizienz in der Nutzung.
- **Effizienz** wird durch institutionelle und sozio-kulturelle Faktoren beeinflusst. Verbesserungen in der Effizienz erhöhen das Niveau des Pro-Kopf-Einkommens auf dem ausgewogenen Wachstumspfad.

Bibliographie für Block I I



Acemoglu, D., S. Johnson, and J. A. Robinson (2001).

The Colonial Origins of Comparative Development: An Empirical Investigation.

American Economic Review 91(5), 1369–1401.



Ashraf, Q. and D. Weil (2025).

Economic Growth (Vierte Ausgabe, International ed.).

Routledge.



Autor, D. (2014).

Skills, Education and the Rise of Earnings Inequality Among the 'Other 99 Percent'.

Science 344, 843–851.



Autor, D., L. Katz, and A. Krueger (1998).

Computing Inequality: Have Computers Changed the Labor Market?

Quartely Journal of Economics 113, 1169–1213.



Barro, R. and J. W. Lee (2015).

Education Matters: Global Schooling Gains from the 19th to the 21st Century.

Oxford University Press.

Bibliographie für Block I II



Baumol, W. (1986).

Productivity Growth, Convergence, and Welfare.

American Economic Review 76, 1072–1085.



Brynjolfsson, E., A. Collis, W. E. Diewert, F. Eggers, and K. Fox (2019).

GDP-B: Accounting for the Value of New and Free Goods in the Digital Economy.

Technical report, National Bureau of Economic Research Working Paper 25695.



Burda, M. and C. Wyplosz (2018).

Makroökonomie - Eine Europäische Perspektive (Vierte Ausgabe ed.).

Vahlen.



Hall, R. and C. Jones (1999).

Why Do Some Countries Produce So Much More Output per Worker than Others?

Quarterly Journal of Economics 114, 83–116.



Hodler, R. and P. A. Raschky (2014).

Regional Favoritism.

Quarterly Journal of Economics 129(2), 995–1033.

Bibliographie für Block I III



Jones, C. and D. Vollrath (2013).

Introduction to Economic Growth (Dritte Ausgabe ed.).

W.W. Norton.



Kraay, A. and D. McKenzie (2014).

Do Poverty Traps Exist? Assessing the Evidence.

Journal of Economic Perspectives 28, 127–148.



Krause, M. (2017).

The Millennium Peak in Club Convergence - A New Look at Distributional Changes in the Wealth of Nations.

Journal of Applied Econometrics 32, 621–642.



Mankiw, N. G., D. Romer, and D. Weil (1992).

A Contribution to the Empirics of Economic Growth.

Quarterly Journal of Economics 107, 407–437.



Michalopoulos, S. and E. Papaioannou (2014).

National Institutions and Subnational Development in Africa.

Quarterly Journal of Economics 129(1), 151–213.

Bibliographie für Block I IV



Nunn, N. and D. Puga (2012).

Ruggedness: The Blessing of Bad Geography in Africa.

The Review of Economics and Statistics 94, 20–36.



Quah, D. (1993).

Empirical Cross-Section Dynamics in Economic Growth.

European Economic Review 37, 426–434.



Romer, P. (1990).

Endogenous Technological Change.

Journal of Political Economy 98, 71–102.



Sokoloff, K. and S. Engerman (2000).

Institutions, Factor Endowments, and Paths of Development in the New World.

Journal of Economic Perspectives 14, 217–232.



Weil, D. (2012).

Economic Growth (Dritte Ausgabe, International ed.).

Routledge.